تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 001

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (*)

يدور قمر اصطناعي كتلته (m) حول الأرض بحركة منتظمة ، فيرسم مسارا دائريا نصف قطره (r) و مركزه هو نفسه مركز الأرض .

1- مثل قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي و اكتب عبارة قيمتها بدلالة M_T ، m ، G ، r حيث :
M_T كتلة الأرض ، m كتلة القمر الاصطناعي ، G ثابت الجذب العام ، r نصف قطر المسار (البعد بين مركزي الأرض و القمر الاصطناعي) .

2- باستعمال التحليل البعدي أوجد وحدة ثابت الجذب العام (G) في الجملة الدولية (SI) .

3- بين أن عبارة السرعة الخطية (v) للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي تعطى بـ : $v = \sqrt{\dfrac{G.M_T}{r}}$

4- أكتب عبارة (v) بدلالة r و T حيث T دور القمر الاصطناعي .

5- أكتب عبارة دور القمر الاصطناعي حول الأرض بدلالة M_T ، G ، r .

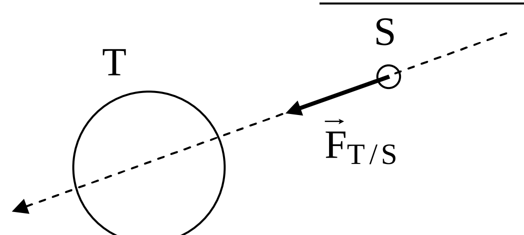
6- أ) بين أن النسبة ($\dfrac{T^2}{r^3}$) ثابتة لأي قمر يدور حول الأرض ، ثم احسب قيمتها العددية في المعلم المركزي الأرضي مقدرة بوحدة الجملة الدولية (SI) .

ب) إذا كان نصف قطر مسار قمر اصطناعي يدور حول الأرض $r = 2.66 \cdot 10^4$ km ، أحسب دور حركته .

يعطى : ثابت الجذب العام : $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ SI ، $\pi^2 = 10$ ، كتلة الأرض : $M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg .

حل التمرين

1- تمثيل قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي و كتابة قيمتها بدلالة M_T ، m ، G ، r :



$$F_{T/S} = G\frac{m\,M_T}{r^2}$$

2- وحدة G :

من عبارة قوة جذب الأرض للقمر الإصطناعي يمكن كتابة :

$$G = \frac{F\,.\,r^2}{m\,.\,M_T}$$

$$[G] = \frac{[F].[r]^2}{[m].[M_T]}$$

حسب القانون الثاني لنيوتن نجد :

$$F = m\,a \rightarrow [F] = [m][a]$$

بالتعويض :

$$[G] = \frac{[m][a].[r]^2}{[m].[M_T]} \rightarrow [G] = \frac{[a].[r]^2}{[M_T]}$$

$$[G] = \frac{\frac{m}{s^2}\,.\,m^2}{kg} \rightarrow [G] = m^3/s^2.kg$$

3- عبارة v :

لدينا سابقا :

$$F_{T/S} = G\frac{m\,.\,M_T}{r^2}$$

- حسب القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}_G$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور (ox) يشمل مركزي الأرض و القمر الاصطناعي و متجه نحو مركز الأرض يكون :

$$F_{T/S} = m\,a_G$$

بما أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة يكون $\frac{v^2}{r} = a_G = a_n$ ومنه :

$$F_{T/S} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{G.m.M_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{GM_T}{r} = m\,v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$$

4- عبارة v بدلالة r ، T :

$$T = \frac{2\pi\,r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi\,r}{T}$$

5- كتابة عبارة الدور بدلالة M_T ، G ، r :

لدينا سابقا :

- $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} \rightarrow v^2 = \frac{G.M_T}{r}$
- $v = \frac{2\pi\,r}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

ومنه :

$$\frac{G.M_T}{r} = \frac{4\pi^2.r^2}{T^2}$$

$$T^2.G.M_T = 4\pi^2\,r^3 \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2\,r^3}{G.M_T}}$$

6- أ- إثبات أن $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة :

مما سبق وجدنا :

$$T^2.G.M_T = 4\pi^2\,r^3$$

ومنه يمكن كتابة :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

π ، G ، M_T ثوابت ، و منه تكون النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لكل الأقمار الاصطناعية .

ب- دور حركة القمر الاصطناعي :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\,r^3}{G.M_T}} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2(2.66.10^4\,.10^3)^3}{6.67\,.10^{-11}\,.5.97\,.10^{24}}} = 4.348\,.10^4\ s$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 002

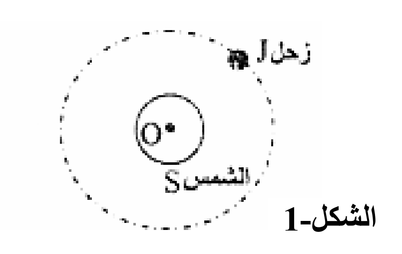
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (*)

المعطيات :

كتلة الشمس	$M_T = 2.0 \cdot 10^{30}$ kg
نصف قطر مسار زحل	$r = 7.8 \cdot 10^{8}$ km
ثابت الجذب العام	$G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ SI



الشكل-1

يدور كوكب زحل حول الشمس على مسار دائري مركزه ينطبق على مكز العطالة (O) للشمس ، بحركة منتظمة (الشكل-1) .

1- مثل القوة التي تطبقها الشمس على كوكب زحل ثم أعط عبارة قيمتها .

2- ندرس حركة كوكب زحل في المرجع المركزي الشمسي (الهيليومركزي) الذي نعتبره غاليليا .

أ- عرف المرجع المركزي الشمسي .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد عبارة التسارع (a) لحركة مركز عطالة كوكب زحل .

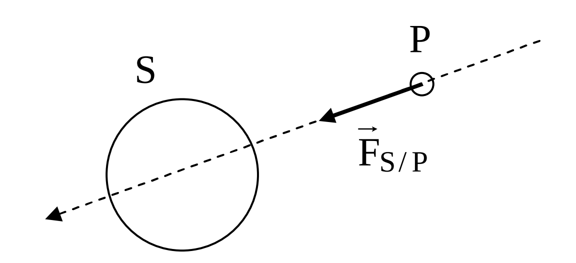
جـ- أوجد العبارة الحرفية للسرعة (v) للكوكب في المرجع المختار بدلالة ثابت الجذب العام (G) و كتلة الشمس (M_S) و نصف قطر المدار (r) ، ثم أحسب قيمتها .

3- أوجد عبارة الدور (T) لكوكب زحل حول الشمس بدلالة نصف قطر المدار (r) و السرعة (v) ، ثم أحسب قيمته

4- استنتج عبارة القانون الثالث " لكبلر" و أذكر نصه .

حل التمرين

1- تمثيل القوة التي تطبقها الشمس على الكوكب :



$$F_{T/S} = G\frac{m\,M_T}{r^2}$$

2- أ- تعريف المرجع المركزي الشمسي على الكوكب :

هو مرجع مرتبط بالشمس مبدأ معلمه منطبق على مركز الشمس و محاروه الثلاث متجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة بالنسبة لمركز الشمس .

ب- عبارة التسارع :

- الجملة المدروسة : الكوكب (P) .
- مرجع الدراسة : هيليومركزي (مركزي شمسي) .
- القوة الخارجية المؤثرة : $\vec{F}_{S/P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{S/P} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي (ox) يشمل مركزي الكوكب و الشمس و متجه نحو مركز الشمس نجد :

$$F_{S/P} = m\,a_G$$

$$\frac{G.m.M_S}{r^2} = m\,a_G \rightarrow a_G = \frac{G.M_S}{r^2}$$

جـ- عبارة v :

كون أن حركة الكوكب دائرية منتظمة يكون $a_G = a_n = \frac{v^2}{r}$ ومنه يمكن كتابة :

$$\frac{G.M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67.10^{-11}.2.10^{30}}{7.8.10^{8}.10^{3}}} = 1.3.10^4\ m/s$$

3- عبارة الدور بدلالة r ، v و حساب قيمته :

$$T = \frac{2\pi\, r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi . 7.8 . 10^8 . 10^3}{1.3 . 10^4} = 3.768 . 10^8\ s$$

4- استنتاج قانون كبلر الثالث :

لدينا من جهة :

$$T = \frac{2\pi\, r}{v} \rightarrow\ v = \frac{2\pi\, r}{T} \rightarrow\ v^2 = \frac{4\pi^2\, r^2}{T^2}$$

و من جهة أخرى :

$$v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}} \rightarrow\ v^2 = \frac{G.M_S}{r^2}$$

إذن يمكن كتابة ما يلي :

$$\frac{4\pi^2\, r^2}{T^2} = \frac{G.M_S}{r^2}$$

$$T^2.G.M_S = 4\pi^2\, r^3 \longrightarrow\ \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$$

π ، G ، M_T ثوابت ، و منه تكون النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لكل الأقمار الاصطناعية ، هذا يعني أن مربع الدور لكوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط بين مركز الكوكب و الشمس و هو نص القانون الثالث لكبلر .

تمارين مقترحة

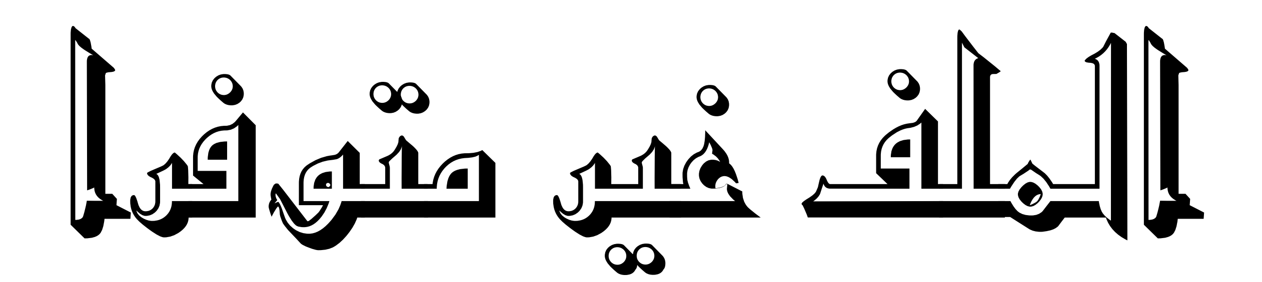
www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

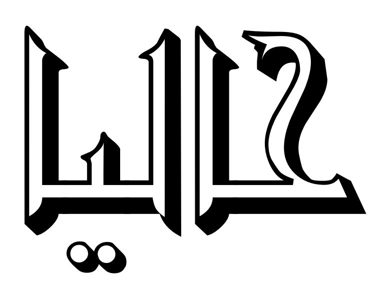
3AS U05 - Exercice 003

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)





في أقرب وقت إن شاء اللّه

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 004

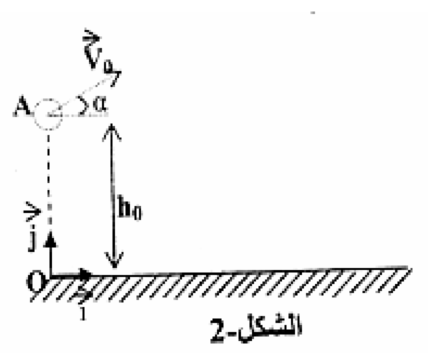
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (**)

في مقابلة لكرة القدم ، خرجت الكرة إلى التماس ، و لإعادتها إلى الميدان ، يقوم أحد اللاعبين برميها من خط التماس بكلتا يديه لتمريرها فوق رأسه .

لدراسة حركة الكرة ، نهمل تأثير الهواء و ننمذج الكرة بنقطة مادية .

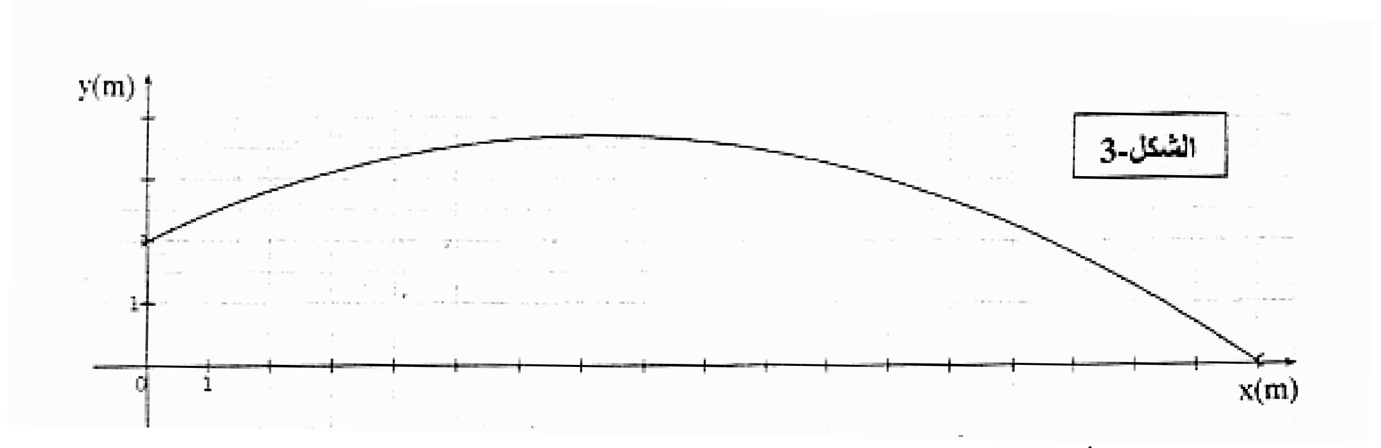


في اللحظة $(t = 0)$ تغادر الكرة يدي اللاعب في النقطة A تقع على ارتفاع $h_0 = 2\ m$ من سطح الأرض بسرعة $(\vec{v}_0)$ يصنع حاملها مع الأفق و إلى الأعلى زاوية $\alpha = 25°$ (الشكل-2) . تمر الكرة فوق رأس الخصم ، الذي طول قامته $h = 1.80\ m$ و الواقف على بعد $12\ m$ من اللاعب الذي يرمي الكرة .

1- بين أن معادلة مسار الكرة في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ هي :

$$y = \left(-\frac{g}{2\,v_0^2\cos\alpha^2}\right)x^2 + x\tan\alpha + y_0$$

2- يمثل البيان (الشكل-3) مسار الكرة في المعلم المذكور $(O,\vec{i},\vec{j})$.



باستغلال المنحنى البياني أجب عما يلي :

أ) على أي ارتفاع (h_2) من رأس الخصم تمر الكرة ؟

ب) ما قيمة السرعة الابتدائية (v_0) التي أعطيت للكرة لحظة مغادرتها يدي اللاعب ؟

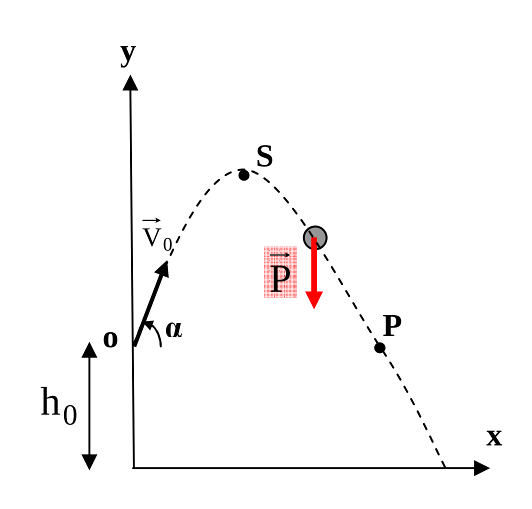
جـ) حدد الموضع M للكرة في اللحظة $(t = 1.17\ s)$. وما قيمة سرعتها عندئذ ؟

د) أحسب الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة انطلاقها إلى غاية ارتطامها (اصطدامها) بالأرض .

المعطيات : $g = 10\ m/s^2$ ، $\sin\alpha = 0.4226$ ، $\cos\alpha = 0.9063$ ، $\tan\alpha = 0.4663$.

حل التمرين

1- معادلة المسار :



- الجملة المدروسة : كرة (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_y \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = v_0\sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفي عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x = 0 \\ y = h_0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C'_1 = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C'_2 = h_0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + h_0 \end{cases}$$

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) + h_0$$

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x + h_0$$

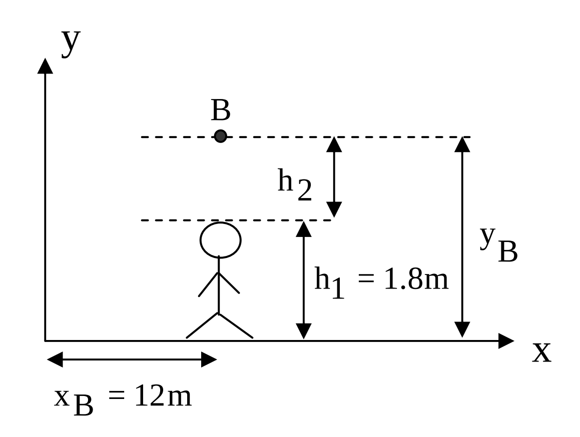
و هي معادلة قطع مكافئ . إذن مسار الكرة عبارة عن قطع مكافئ .

2- أ- ارتفاع الكرة عن رأس الخصم :

نعتبر B موضع الكرة عندما تكون فوق رأس الخصم .

- إذا كان y_B هي فاصلة B على المحور oy و كان h_1 طول الخصم و h_2 هو ارتفاع الكرة عن رأس الخصم يكون :

$$y_B = h_1 + h_2 \rightarrow h_2 = y_B - h_1$$



من الشكل :

$$x_B = 12 \text{ m} \rightarrow y_B = 3\text{m}$$

بالتعويض :

$$h_2 = 3 - 1.8 = 1.2 \text{ m}$$

ب- سرعة الكرة الابتدائية v_0 :

من الشكل :

$$x = 18 \text{ m} \rightarrow y = 0$$

بالتعويض في معادلة المسار :

$$0 = \frac{-10}{2v_0^2(0.9063)^2}(18)^2 + 0.4663(18) + 2$$

$$0 = \frac{-10}{2v_0^2(0.9063)^2}(18)^2 + 10.4$$

$$\frac{10(18)^2}{2v_0^2(0.9063)^2} = 10.4 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{10(18)^2}{2\times 10.4 \times (0.9063)^2}} \approx 13.8 \text{ m/s}$$

جـ- تحديد الموضع M في اللحظة $t = 1.17$ s :

بالتعويض في $x(t)$ ، $y(t)$ نجد :

$$\begin{cases} x = 13.8 . 0.9063 . 1.17 = 14.6 \text{ m} \\ y = -\frac{1}{2} . 10 . (1.17)^2 + (13.8 \ . \ 0.4226 . 1.17) + 2 = 2 \text{ m} \end{cases}$$

إذن موضع M في اللحظة $t = 1.17$ معرف بالإحداثيتين : $(x = 14.6 \text{ m}, y = 2 \text{ m})$.

سرعة الكرة عند M :

بتعويض $t = 1.17$ s في عبارة $\vec{v}$ يكون :

$$\vec{v}_M \begin{cases} v_{xM} = 13.8 \ . 0.9063 = 12.5 \text{ m/s} \\ v_{yM} = -10(1.17) + (13.8 . 0.4226) = -5.9 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$v_M = \left\|\vec{v}_M\right\| = \sqrt{(12.5)^2 + (-5.9)^2} = 13.8 \text{ m/s}$$

د- الزمن الذي تستغرقه الكرة من لحظة انطلاقها إلى غاية ارتطامها بالأرض :

بفرض أن P هو موضع ارتطام الكرة بالأرض ، يكون من (الشكل-3) ($x_P = 18$ m) و بالتعويض في $x(t)$:

$x_P = v_0 \cos\alpha \, t_P$

$$18 = 13.8 \,.\, 0.9063 \,.\, t_P \rightarrow t_P = \frac{18}{13.8 \,.\, 0.9063} = 1.44\,s$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 005

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – رياضيات) (**)

ينتمي القمر الاصطناعي جيوف أ (Giove – A) إلى برنامج غاليليو الأوروبي لتحديد الموقع المكمل للبرنامج الأمريكي GPS . نعتبر القمر الإصطناعي جيوف أ (Giove – A) ذي الكتلة $m = 700\ kg$ نقطيا ونفترض أنه يخضع إلى قوة جذب الأرض فقط .

يدور القمر جيوف أ (Giove – A) بسرعة ثابتة في مدار دائري مركزه (o) على ارتفاع $h = 23.6 \cdot 10^3\ km$ من سطح الأرض .

1/ في أي مرجع تتم دراسة حركة هذا القمر الاصطناعي ؟ وما هي الفرضية المتعلقة بهذا المرجع و التي تسمح بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ؟

2/ أوجد عبارة تسارع (Giove – A) و عين قيمته .

3/ أحسب سرعة القمر (Giove – A) على مداره .

4/ عرف الدور T ثم عين قيمته بالنسبة للقمر (Giove – A) .

5/ أحسب الطاقة الإجمالية للجملة ((Giove – A) ، أرض) .

المعطيات :

ثابت الجذب العام : $G = 6.67 \cdot 10^{-11}\ SI$

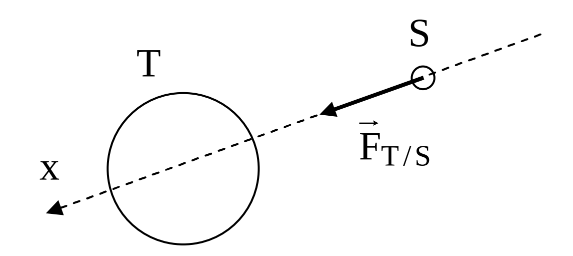
كتلة الأرض : $M_T = 5.98 \cdot 10^{24}\ kg$

نصف قطر الأرض : $R_T = 6.38 \cdot 10^3\ km$.

حل التمرين

1- تتم دراسة حركة القمر الاصطناعي في معلم جيومركزي (مركزي أرضي) .
- الفرضية المتعلقة بهذا المرجع و التي تسمح بتطبيق قانون نيوتن الثاني هي : أن يكون المعلم الجيومركزي غاليليا ، و حتى يتحقق ذلك يجب أن يكون دور حركة القمر الإصطناعي صغير جدا مقارنة مع دور حركة الأرض حول الشمس .

2- عبارة التسارع و تعيين قيمته :



بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) الذي يشمل مركزي الأرض و القمر الإصطناعي و يتجه نحو مركز الأرض نجد :

$$F_{T/S} = m\,a_G$$

$$\frac{G.m.M_T}{r^2} = m\,a_G$$

$$\frac{G.m.M_T}{(R+h)^2} = m\,a_G \rightarrow a_G = \frac{G.M_T}{(R+h)^2}$$

$$a_G = \frac{6.67.10^{-11}.5.98.10^{24}}{(6.38.10^6 + 23.6.10^6)^2} = 0.44\ m/s^2$$

3- سرعة القمر الاصطناعي :

بما أن حركة القمر الإصطناعي دائرية منتظمة يمكن كتابة :

$$a_G = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{(R+h)}$$

و من عبارة a_G السابقة $a_G = \dfrac{G.M_T}{(R+h)^2}$ يكون :

$$\frac{v^2}{(R+h)} = \frac{G.M_T}{(R+h)^2} \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R+h)}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67.10^{-11}.5.98.10^{24}}{(6.38.10^6 + 23.6.10^6)}} = 3.65.10^3 \text{ m/s}$$

4- تعريف الدور و حساب قيمته :

الدور هو الزمن اللازم لانجاز دورة واحدة من طرف القمر الإصطناعي حول الأرض .

$$T = \frac{2\pi\, r}{v} = \frac{2\pi\,(R+h)}{v}$$

$$T = \frac{2\pi\,(6.38.10^6 + 23.6.10^6)}{3.65.10^3} = 5.16.10^4 \text{ s} = 14.33 \text{ h}$$

5- الطاقة الإجمالية للجملة (A + أرض) :

باعتبار سطح الأرض مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية و بإهمال الطاقة الحركية الدورانية للأرض يكون :

$$E = E_C + E_{PP}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + m\,g\,h$$

لدينا من جهة :

$$F_{T/S} = P = m\,g$$

و من جهة ثانية بعد تطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد :

$$F_{T/S} = m\,a_G$$

بالمطابقة نجد :

$$m\,g = m\,a_G \rightarrow g = a_G = 0.44 \text{ m/s}^2$$

ومنه يكون :

$$E = \frac{1}{2}(700).(3.65.10^3)^2 + (700.0.44.23.6.10^6) = 1.19.10^{10} \text{ J}$$

ملاحظة :

يمكن أيضا استنتاج العلاقة التالية : $g = \frac{G.M_T}{r^2}$.

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 006

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

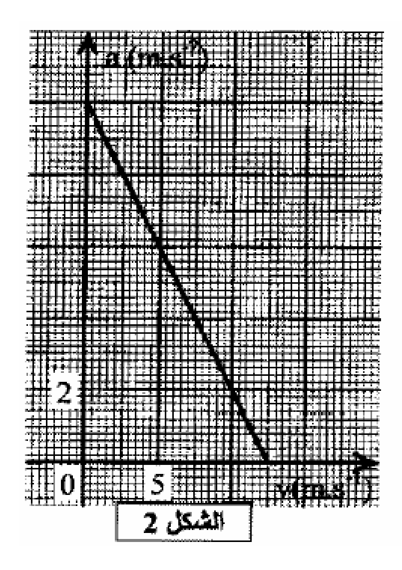
السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – علوم تجريبية) (**)

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100\ kg$ سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية .

يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل $f = k\ v$ (تهمل دافعة أرخميدس) .

يمثل البيان الشكل-2- تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v)



الشكل 2

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من الشكل : $\frac{dv}{dt} = A\,v + B$. حيث أن A ، B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما .

2- عين بيانيا قيمتي :

- شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، السرعة الحدية للمظلي (v_ℓ) .

3- تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار $(\frac{k}{m})$ ، حدد وحدة هذا المقدار . و أحسب قيمته من البيان .

4- أحسب قيمة k .

5- مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني $0 \le t \le 7\ s$

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : مظلي مع تجهيزه
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (oz) يكون :

$$P - f = m\,a_G$$

$$m\,g - k\,v = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} = -k\,v + m\,g$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g \quad .... (1)$$

هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} = A\,v + B$ حيث : $A = -\frac{k}{m}$ ، $B = g$.

2- قيمتي (g) ، (v_ℓ) :

- المنحنى $a = f(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$a = \alpha\,v + \gamma \quad .... (2)$$

حيث α ميل هذا المنحنى (المستقيم) ، γ نقطة تقاطع المنحنى (المستقيم) مع محور التراتيب .

- بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية (1) نجد :

$$g = \gamma$$

من البيان :

$$\gamma = 10 \rightarrow g = 10\ m/s^2$$

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون : $v = v_\ell$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ بالتعويض في المعادلة (2) نجد :

$$0 = \alpha\,v_\ell + \gamma \quad \rightarrow \quad v_\ell = -\frac{\gamma}{\alpha}$$

من البيان :

$$\alpha = \frac{2-10}{10-0} = -0.8 \quad \rightarrow \quad v_\ell = -\frac{10}{(-0.8)} = 1.25\ m/s$$

3- وحدة المقدار $\frac{k}{m}$:

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون : $v = v_\ell$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$0 = -\frac{k}{m} v_\ell + g$$

$$\frac{k}{m} v_\ell = g \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{v_\ell}$$

$$[\frac{k}{m}] = \frac{[g]}{[v_\ell]} = \frac{\frac{m}{s^2}}{\frac{m}{s}} = \frac{m}{s^2} . \frac{s}{m} = s^{-1}$$

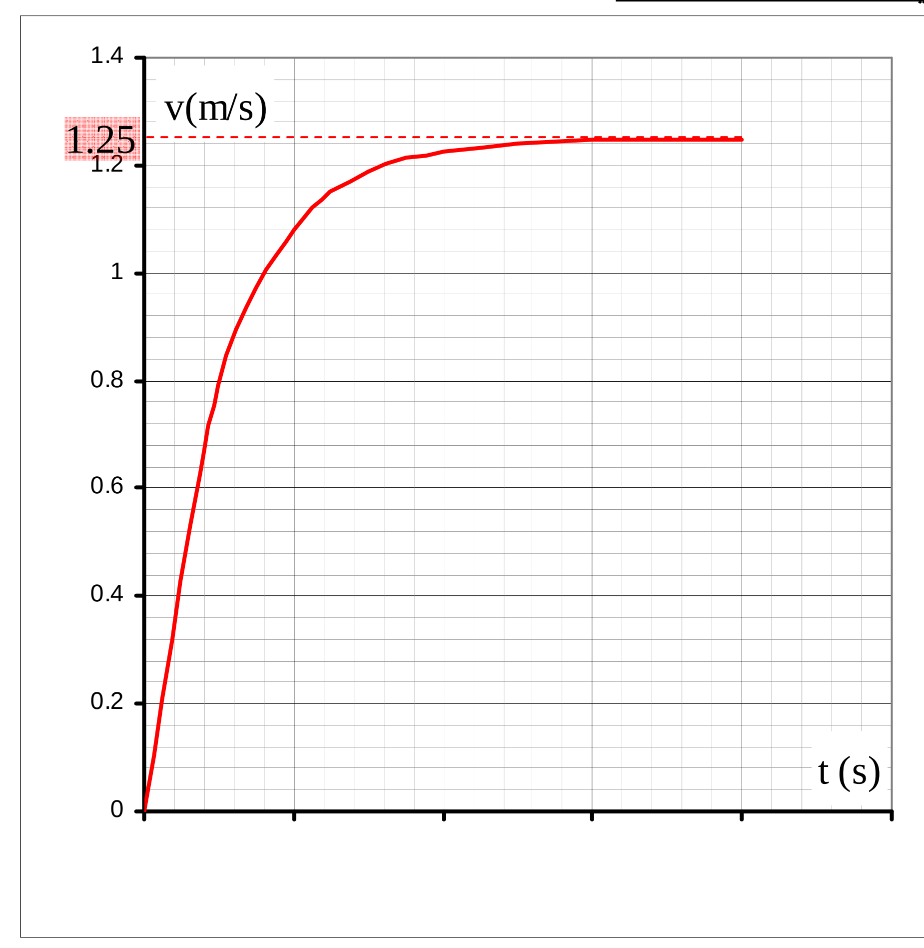
4- قيمة K :

بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية نجد أيضا :

$$-\frac{k}{m} = \alpha \rightarrow k = -m\,\alpha$$

$$k = -(100)(-0.8) = 80\ N.s/m$$

5- تمثيل v بدلالة t في المجال $0 \leq t \leq 7\ s$:



www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 007

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – علوم تجريبية) (**)

يدور قمر اصطناعي كتلته (m_S) حول الأرض في مسار دائري على ارتفاع (h) من سطحها .
نعتبر الأرض كرة نصف قطرها (R) ، و ننمذج القمر الإصطناعي بنقطة مادية .
تدرس حركة القمر الاصطناعي في المعلم المركزي الأرضي الذي نعتبره غاليليا .

1- ما المقصود بالمعلم المركزي الأرضي ؟
2- أكتب عبارة القانون الثالث لكبلر بالنسبة لهذا القمر .
3- أوجد العبارة الحرفية بين مربع سرعة القمر (v^2) و (G) ثابت الجذب العام ، M_T كتلة الأرض ، h و R .
4- عرف القمر الجيو مستقر و أحسب ارتفاعه (h) و سرعته (v) .
5- أحسب قوة جذب الأرض لهذا القمر . اشرح لماذا لا يسقط على الأرض رغم ذلك .

المعطيات : دور حركة الأرض حول محورها : $T \approx 24\ h$.
$M_T = 5.97 . 10^{24}$ kg ، $G = 6.67 . 10^{-11}\ Nm^2.kg^{-2}$
$R = 6400$ km ، $m_S = 2.0 . 10^3$ kg .

حل التمرين

1- المقصود بالمعلم المركزي الأرضي :

المعلم المركزي الأرض هو معلم مبدأه منطبق مركز الأرض و محاوره الثلاث متجهة نحو ثلاث نجوم بعيدة تكون ثابتة بالنسبة لمركز الأرض .

2- عبارة القانون الثالث لكبلر :

ينص قانون كبلر الثالث على أن مربع دور قمر اصطناعي يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط بين مركز القمر الإصطناعي و مركز الأرض .

و حيث أن : $r = R + h$ يصبح :

$$\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi}{G.M_T} \quad \text{............................} \ (1)$$

3- العبارة الحرفية بين v^2 ، M_T ، h ، R :

لدينا :

$$T = \frac{2\pi . r}{v} = \frac{2\pi\,(R+r)}{v}$$

ومنه :

$$T^2 = \frac{4\pi^2\,(R+r)^2}{v^2}$$

و من العلاقة (1) :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 (R+r)^3}{G.M_T}$$

ومنه يمكن كتابة ما يلي :

$$\frac{4\pi^2 (R+r)^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 (R+r)^3}{G.M_T}$$

$$\frac{1}{v^2} = \frac{(R+r)}{G.M_T}$$

$$v^2(R+h) = G.M_T \ \rightarrow \ v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R+h)}} \quad \text{................} \ (2)$$

4- القمر الاصطناعي الجيو مستقر :

هو قمر يدور في جهة دوران الأرض و دوره مساوي لدور حركة الأرض .

- ارتفاع و سرعة القمر الجيو مستقر :

من العلاقة (1) :

$$(R+h)^3 = \frac{T^2 . G . M_T}{4\pi^2} \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2 . G . M_T}{4\pi^2}} - R$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{(24.3600)^2 . 6.67 . 10^{-11} . 5.97 . 10^{24}}{4\pi^2}} - 6400 . 10^3 = 3.5841 . 10^7 \ m = 35841 \, km$$

- من العلاقة (2) :

$$v = \sqrt{\frac{6.67 . 10^{-11} . 5.97 . 10^{24}}{6400 . 10^3 + 3.5841 . 10^7}} = 3070.3 \, m/s$$

5- قوة الجذب :

$$F = G \frac{M_T . m_s}{(R+h)^2}$$

$$F = 6.67 . 10^{-11} \frac{5.97 . 10^{24} . 2 . 10^3}{(6400 . 10^3 + 3.5841 . 10^7)^2} = 446.3 \, N$$

الشرح :

القمر الاصطناعي خاضع إلى قوة ناتجة عن جذب الأرض له ، و كون أنه لا يسقط فهذا ناتج عن تأثير قوة ثابتة معاكسة للقوة الأولى ، هذه القوة الثانية ناتجة عن الفعل الطبيعي المؤثر على القمر الاصطناعي نتيجة دورانه حول الأرض .

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

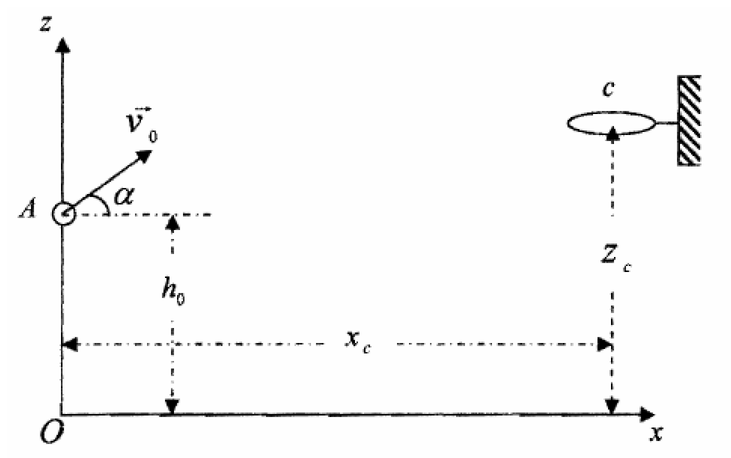
3AS U05 - Exercice 008

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – رياضيات) (**)

قام لاعب في مقابلة لكرة السلة ، بتسديد الكرة نحو السلة من نقطة A منطبقة على مركز الكرة الموجود على ارتفاع $h_0 = 2.10 \text{ m}$ من سطح الأرض بسرعة ابتدائية $(V_0 = 8 \text{ m.s}^{-1})$ يصنع حاملها زاوية $\alpha = 37°$ مع الأفق ، ليمر مركز الكرة G بمركز السلة الذي إحداثياه : $(x_c = 4.50 \text{ m} , z_c)$ في المعلم الأرضي $(\vec{ox},\vec{oz})$ الذي نعتبره غاليليا



1/ أدرس حركة مركز عطالة الكرة في المعلم $(\vec{ox},\vec{oz})$ معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة تسديد الكرة و إهمال تأثير الهواء .

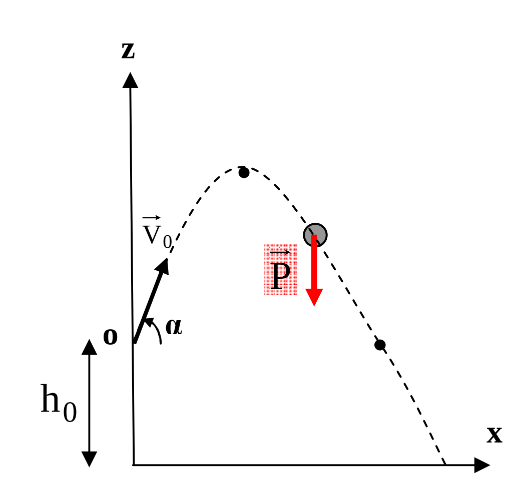
2/ أحسب (z_c) .

3/ يعبر مركز عطالة الكرة مركز السلة بسرعة $(\vec{v}_c)$ ، التي يصنع حاملها مع الأفق زاوية (β) . استنتج قيمتي كل من (v_c) و (β) .

تعطى : $(g = 9.80 \text{ m.s}^{-2})$.

حل التمرين

1- دراسة حركة الكرة :



- الجملة المدروسة : كرة (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oz) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_z \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

إذن :

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور oz هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .
- نكامل طرفين عبارة التسارع بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = - g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = - g\, t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفي عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ z = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x = 0 \\ z = h_0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = h_0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ z = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + h_0 \end{cases}$$

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $z(t)$:

$$z = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) + h_0$$

$$z = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x + h_0$$

<u>2- قيمة z_C :</u>

لدينا $x_C = 4.5\ m$ بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$z_C = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos\alpha^2} x_C^2 + \tan\alpha\, x_C + h_0$$

$$z_C = -\frac{9.8}{2.(8)^2\,(\cos 37°)^2}(4.5)^2 + (\tan 37°)(4.5) + 2.1 = 3\,m$$

3- قيمة v_C ، β :

● نبحث عن لحظة بلوغ النقطة C من طرف الكرة و لتكن t_C .

لدينا : $x_C = 4.5\ m$ بالتعويض في $x(t)$:

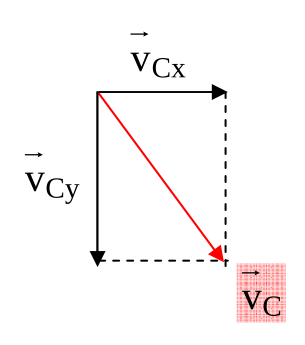
$$x_C = v_0 \cos\alpha\ t_C \ \rightarrow\ t_C = \frac{x_C}{v_0 \cos\alpha}$$

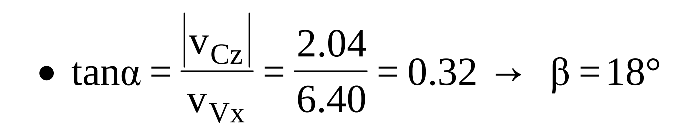
$$t_C = \frac{4.5}{8.(\cos 37°)} = 0.70\,s$$

بالتعويض في عبارة v نجد :

$$\vec{v}_C \begin{cases} v_{xC} = 8.\cos 37° = 6.40\,m/s \\ v_{zC} = -9.8\,(0.70) + 8\sin 37° = -2.04\,m/s \end{cases}$$

$$v_C = \left\|\vec{v}_C\right\| = \sqrt{(6.40)^2 + (2.04)^2} = 6.7\ m/s$$





● $\tan\alpha = \frac{|v_{Cz}|}{v_{Vx}} = \frac{2.04}{6.40} = 0.32 \ \rightarrow\ \beta = 18°$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

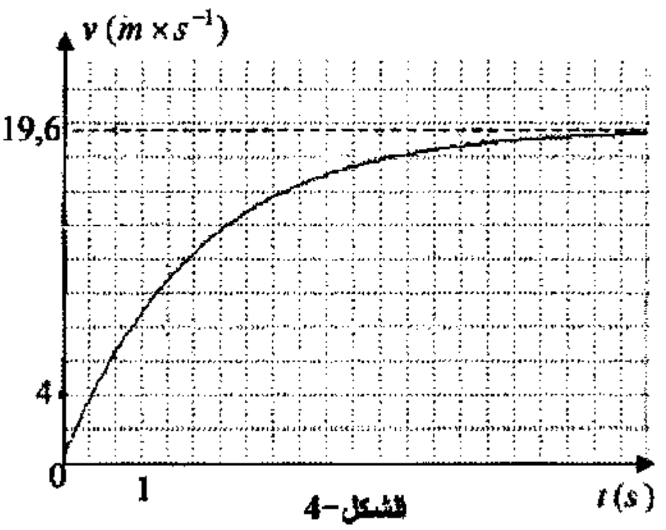
3AS U05 - Exercice 009

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2010 – علوم تجريبية) (**)

قام فوج من التلاميذ في حصة للأعمال المخبرية بدراسة السقوط الشاقولي لجسم صلب (S) في الهواء ، و ذلك باستعمال كاميرا رقمية (Webcam) ، عولج شريط الفيديو ببرمجية "Avistep" بجهاز الإعلام الآلي فتحصلوا على البيان $v = f(t)$ الذي يمثل تغيرات سرعة مركز عطالة (S) بدلالة الزمن (الشكل-4) .



الشكل-4

1- حدد طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) في النظامين الإنتقالي و الدائم . علل .

2- بالاعتماد على البيان عين :

أ/ السرعة الحدية v_{lim} .

ب/ تسارع الحركة في اللحظة $t = 0$.

3- كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا و هذا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظاميين انتقالي و دائم ؟

4- باعتبار دافعة أرخميدس مهملة ، مثل القوى المؤثرة على الجسم (S) أثناء السقوط ، و استنتج عندئذ المعادلة التفاضلية للحركة بدلالة السرعة v في حالة السرعات الصغيرة .

5- توقع شكل مخطط السرعة عند إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء . علل .

حل التمرين

1- طبيعة الحركة في النظامين :

النظام الإنتقالي $(0 < t < 7s)$:

في هذه المرحلة (النظام الإنتقالي) البيان $v = f(t)$ عبارة عن خط منحني ، و بما أن السرعة متزايدة تكون طبيعة الحركة في هذه المرحلة مستقيمة متسارعة (من دون انتظام) .

النظام الدائم $(t > 7)$:

في هذه المرحلة (النظام الدائم) ، البيان $v = f(t)$ عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة ، إذن طبيعة الحركة في هذه المرحلة مستقيمة منتظمة .

2- أ- السرعة الحدية v_{lim} :

- من البيان مباشرة $v_{lim} = 19.6\ m/s$.

ب- تسارع الحركة عند $t = 0$:

تسارع الحركة في كل لحظة مساوي لميل المماس عند هذه اللحظة و الذي نعتبره $\tan\alpha$ أي :

$a = \tan\alpha$

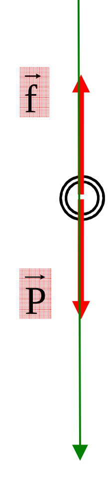
- بعد رسم المماس عند اللحظة $t = 0$ و حساب ميله نجد :

$$\tan\alpha = \frac{19.6 - 0.6}{2} = 9.5 \rightarrow a = 9.5\ m/s^2$$

3- مميزات الجسم للحصول على نظامين انتقالي و دائم :

- يجب أن يكون الجسم خفيف و ذو حجم كاف لبلوغ السرعة الحدية .

4- تمثيل القوى المؤثرة الجسم (S) :



● المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور (oz) شاقولي و متجه نحو الأسفل يكون :

$$P - f = m\,a$$

$$m\,g - k\,v = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} + k\,v = m\,g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

5- مخطط السرعة $v = f(t)$:

عند إهمال دافعة أرخميدس و مقاومة الهواء تصبح المعادلة التفاضلية كما يلي :

$$\frac{dv}{dt} = g$$

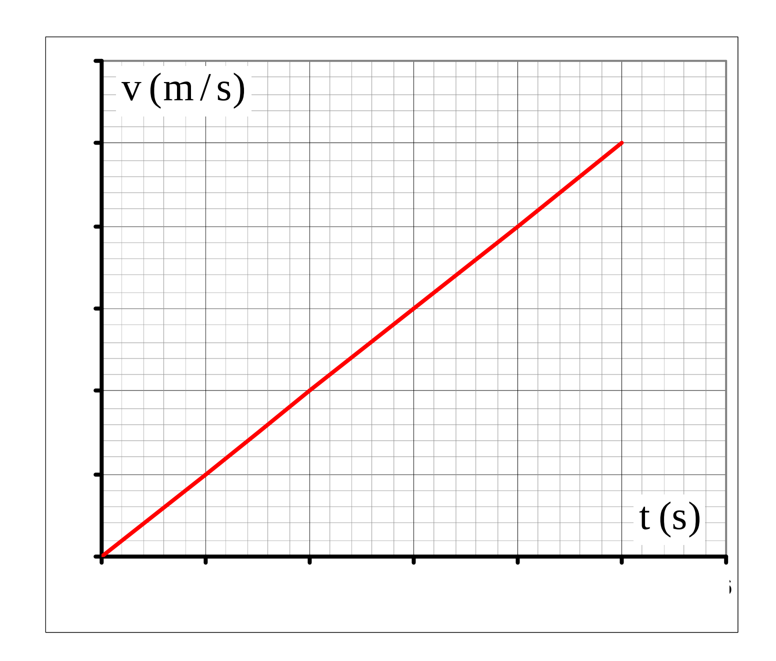
- نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$v = g\,t + C$$

- من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow C = 0 \rightarrow v = g\,t$$

و منه المنحنى $v = f(t)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ كما مبين في البيان التالي :



www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

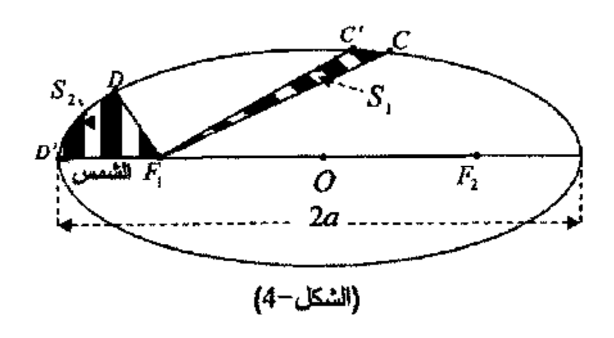
3AS U05 - Exercice 010

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2010 – رياضيات) (**)

أ/ يكون مسار حركة مركز عطالة كوكب حول الشمس اهليليجيا كما يوضحه (الشكل-4) .



(الشكل-4)

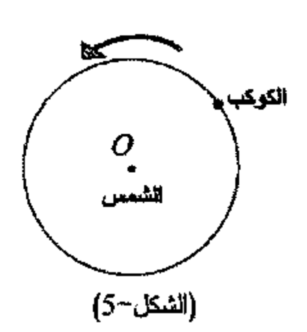
ينتقل الكوكب أثناء حركته على مداره من النقطة C إلى النقطة 'C ثم من النقطة D إلى النقطة 'D خلال نفس المدة الزمنية Δt .

1- اعتمادا على قانون كبلر الأول فسر وجود موقع الشمس في النقطة F_1 ، كيف نسمي عندئذ النقطتين F_1 ، F_2 ؟

2- حسب قانون كبلر الثاني ما هي العلاقة بين المساحتين S_1 و S_2 ؟

3- بين أن متوسط السرعة بين الموضعين C و 'C أقل من متوسط السرعة بين الموضعين D و 'D .

ب/ من أجل التبسيط ننمذج المسار الحقيقي لكوكب في المرجع الهيليومركزي بمدار دائري مركزه O (مركز الشمس) و نصف قطره r (الشكل-5) .

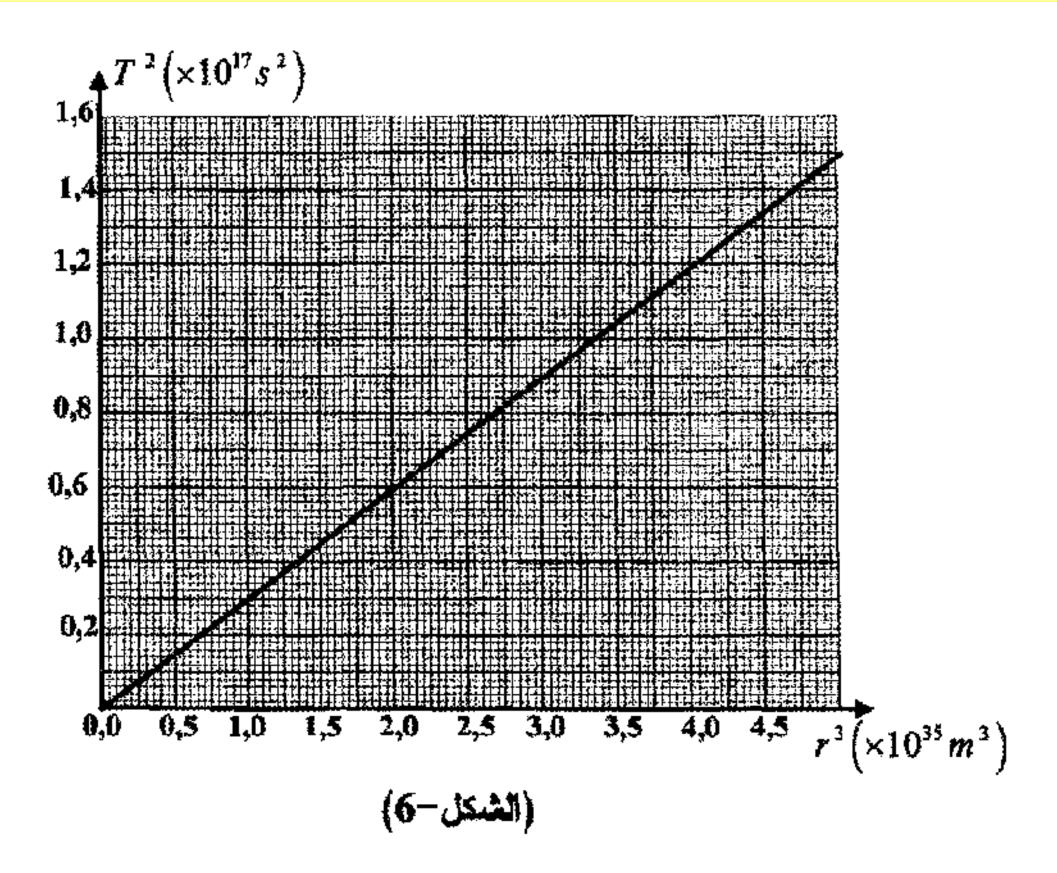


(الشكل-5)

يخضع كوكب أثناء حركته حول الشمس إلى تأثيرها و الذي ينمذج بقوة $\vec{F}$ ، قيمتها تعطى حسب قانون الجذب العام لنيوتن بالعلاقة :

$F = G\dfrac{mM}{r^2}$ ، حيث M كتلة الشمس ، m كتلة الكوكب و G ثابت التجاذب الكوني $G = 6.67 . 10^{-11}$ SI

باستعمال برمجية "satellite" في جهاز الإعلام الآلي تم رسم البيان $T^2 = f(r^3)$ (الشكل-6) . حيث T دور الحركة



(الشكل-6)

1/ أذكر نص قانون كبلر الثالث .

2/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب و باهمال تأثيرات الكواكب الأخرى ، أوجد عبارة كل من v سرعة الكوكب ، و دور حركته T بدلالة r ، G ، M .

3/ أوجد بيانيا العلاقة بين T^2 و r^3 .

4/ أوجد العلاقة النظرية بين T^2 و r^3 .

5/ بتوظيف العلاقتين الأخيرتين استنتج قيمة كتلة الشمس M .

حل التمرين

أ/ 1- تفسير وجود الشمس في النقطة F_1 :

- وجود الشمس في النقطة F_1 يفسر بمسار الكوكب الإهليليجي و الذي تمثل الشمس أحد محرقيه .
- تسمى النقطتين F_1 ، F_2 محرقا المدار الإهليليجي .

2- العلاقة بين متوسط المساحتين S_1 ، S_2 :

حسب قانون كبلر الثاني يكون : $S_1 = S_2$

3- إثبات أن متوسط السرعة بين الموضعين C ، C' أقل من متوسط السرعة بين D ، D' .

- من (الشكل-4) المعطى :

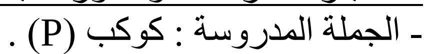
$$\overset{\frown}{C'C} < \overset{\frown}{D'D}$$

و كون أن الكوكب يقطع المسافتين C'C ، D'D في نفس المدة الزمنية يكون بقسمة الطرفين على الزمن :

$$v_{(C'C)} < v_{(D'D)}$$

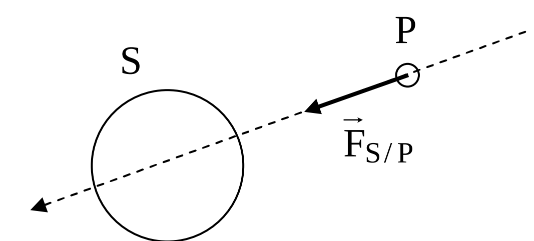
ب/ 1- قانون كبلر الثالث :

ينص على ما يلي : " مربع دور الكوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس "



2- عبارة السرعة v و الدور T بدلالة r ، G ، M :

- الجملة المدروسة : كوكب (P) .
- مرجع الدراسة : هيليو مركزي .
- القوى الخارجية المؤثرة : القوة $\vec{F}_{S/P}$ الناتجة عن جذب الشمس للكوكب



- بتطبيق قانون نيوتن الثاني :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\sum \vec{F}_{S/P} = m\,\vec{a} \quad .... (1)$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي :

$$F_{S/P} = m\,a_n$$

$$G\frac{M.m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v^2 = \frac{GM}{r}$$

- لدينا : $T = \frac{2\pi r}{v}$ و منه :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

3- العلاقة بين T^2 و r^3 بيانيا :

البيان $T^2 = f(r^3)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ لذا يكون :

$$T^2 = \alpha\, r^3$$

حيث α ميل هذا المستقيم .

4- العلاقة النظرية بين T^2 و r^3 :

من عبارة الدور السابقة يمكن كتابة :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

5- كتلة الشمس :

- بمطابقة مع العلاقتين البيانية و النظرية :

$$\frac{4\pi^2}{GM} = \alpha \rightarrow \quad M = \frac{4\pi^2}{G\,\alpha}$$

من البيان :

$$\alpha = \frac{0.6\ .10^{17}}{2.10^{35}} = 3.10^{-19}$$

و منه :

$$M = \frac{4\pi^2}{6.67\,.\,10^{-11}\,.3.10^{-19}} = 1.97\,.10^{30}\ Kg$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 011

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2010 – رياضيات) (**)

لدراسة حركة سقوط جسم صلب (S) كتلته m شاقوليا في الهواء ، استعملت كاميرا رقمية (Webcam) ، عولج شريط الفيديو ببرمجية "Avistep" في جهاز الإعلام الآلي فتحصلنا على النتائج التالية :

t(ms)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$v(m.s^{-1})$	0	0.60	0.90	1.02	1.08	1.10	1.12	1.13	1.14	1.14

1- أ/ ارسم المنحنى البياني الممثل لتغيرات السرعة v بدلالة الزمن : $v = f(t)$.

السلم : $1\ cm \rightarrow 0.20\ m/s^{-1}$ ، $1cm \rightarrow 0.1\ s$.

ب/ عين قيمة السرعة الحدية v_{lim} .

جـ/ كيف يكون الجسم الصلب (S) متميزا للحصول على حركة مستقيمة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم ؟

د/ احسب تسارع حركة (S) في اللحظة $t = 0$.

2/ تعطى المعادلة التفاضلية لحركة (S) بالعبارة : $\frac{dv}{dt} + Av = C(1 - \frac{\rho V}{m})$ ، حيث ρ الكتلة الحجمية للهواء ، V حجم (S) .

أ/ مثل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة (S) .

ب/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد المعادلة التفاضلية لحركة مركز عطالة (S) بدلالة السرعة v و ذلك في حالة السرعات الصغيرة .

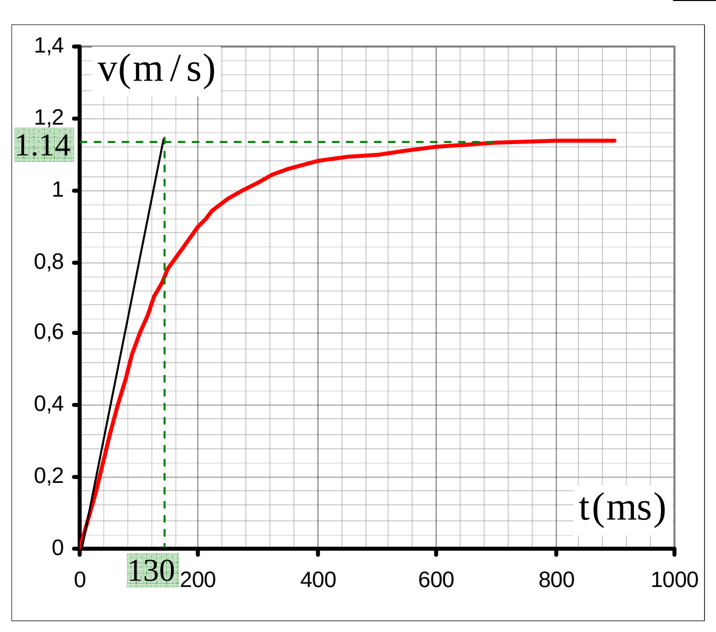
و بين أن : $A = \frac{k}{m}$ و $C = g$ حيث : k ثابت يتعلق بقوى الاحتكاك .

جـ/ استنتج قيمة دافعة أرخميدس و قيمة الثابت k .

تعطى : $g = 9.8\ N.kg^{-1}$ ، $m = 19\ g$.

حل التمرين

1- أ- المنحنى البياني $v = f(t)$:



ب- قيمة السرعة الحدية :

من البيان مباشرة : $v_{lim} = 1.14 \text{ m/s}$.

جـ- للحصول على حركة شاقولية انسحابية في نظامين انتقالي و دائم يجب أن يكون الجسم خفيف و ذو حجم كاف لبلوغ السرعة الحدية (الشكل لا يكون انسيابي كي يجعل قوة الإحتكاك معتبرة ، كما يجب أن يكون ذو كثافة عالية) .

د- تسارع الحركة :

كون أن $a = \frac{dv}{dt}$ ، يمثل التسارع ميل مماس المنحنى $v = f(t)$ ، فإذا اعتبرنا $\tan\alpha$ هو ميل المماس يكون :

$$a_0 = \tan\alpha$$



- من البيان :

$$\tan\alpha = \frac{1.14 - 0}{0.130 - 0} = 8.77 \quad \rightarrow \quad a_0 = 8.77 \text{ m/s}^2$$

2- أ- القوى الخارجية المطبقة على الجملة :

$\vec{f}$ $\vec{\Pi}$ $\vec{P}$ z

ب- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبرع غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$
$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (oz) يكون :

$$P - f - \Pi = m\,a$$
$$m.g - k.v + \Pi = m\frac{dv}{dt}$$
$$m\frac{dv}{dt} + k.v = mg + \Pi$$
$$m\frac{dv}{dt} + k.v = mg + \rho V g$$
$$m\frac{dv}{dt} + k.v = mg(1 - \frac{\rho V}{m}) \rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g(1 - \frac{\rho V}{m})$$

هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} + Av = C\,(1 - \frac{\rho V}{m})$ حيث : $A = \frac{k}{m}$ ، $C = g$.

جـ- قيمة دافعة أرخميدس :

مما سبق يمكن كتابة :

$$mg - f\,v - \Pi = m\,a$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $a = a_0 = 8.77\ m/s^2$ ، $v = 0$ بالتعويض :

$$mg - f\,(0) - \Pi = m\,a_0$$
$$mg - \Pi = m\,a_0$$
$$\Pi = mg - m\,a_0$$
$$\Pi = m(\,g - a_0\,)$$
$$\Pi = 0.019\,(\,9.8 - 8.77\,) = 1.96\,.\,10^{-2}\ N$$

قيمة K :

- مما سبق يمكن أيضا كتابة :

$$mg - k.v - \Pi = ma$$

- في النظام الدائم : $a = 0$ ، $v = v_{lim}$ ، بالتعويض :

$$mg - k.v_{lim} - \Pi = 0$$
$$K.v_{lim} = mg - \Pi \rightarrow k = \frac{mg - \Pi}{v_{lim}}$$
$$K = \frac{(19.10^{-3}\,.9.8) - 1.96.10^{-2}}{1.14} = 0.15$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 012

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - علوم تجريبية) (**)

ألسات 1 (Alsat 1) قمر اصطناعي جزائري متعدد الاستخدامات كتلته $m_S = 90\ kg$ ، أرسل إلى الفضاء بتاريخ 28 نوفمبر 2002 من محطة الفضاء الروسية ، يدور حول الأرض وفق مسار إهليليجي و دوره $T = 98\ min$.

1- لأجل دراسة حركته نختار مرجعا مناسبا .

أ- اقترح مرجعا لدراسة حركة القمر الإصطناعي حول الأرض و عرفه .

ب- ذكر بنص القانون الثاني لكبلر .

2- بفرض أن القمر الإصطناعي (Alsat 1) يدور حول الأرض وفق مسار دائري على ارتفاع h عن سطحها .

أ- مثل قوة جذب الأرض بالنسبة للقمر الإصطناعي .

ب- اكتب العبارة الحرفية لشدة قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي بدلالة : M_T ، m_S ، G ، h ، R_T .

جـ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، تحقق أن عبارة سرعة القمر الاصطناعي المدارية هي من الشكل :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}\quad \text{حيث :}\quad r = R_T + h$$

د- عرف الدور T و اكتب عبارته بدلالة : M_T ، G ، r .

هـ- احسب الارتفاع h الذي يتواجد عليه القمر الاصطناعي (Alsat 1) عن سطح الأرض .

المعطيات : ثابت التجاذب الكوني : $G = 6.67\ .\ 10^{-11}\ SI$ ، كتلة الأرض : $M_T = 6\ .\ 10^{24}\ kg$ ، نصف قطر الأرض : $R_T = 6.38\ .\ 10^{3}\ km$.

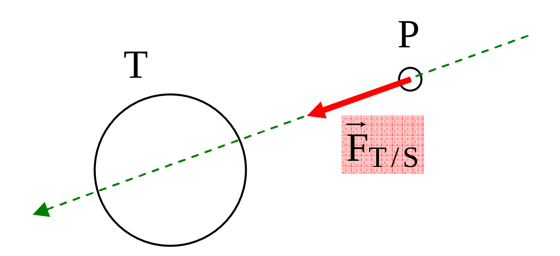
حل التمرين

1- أ- المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي هو المرجع المركزي الأرضي (جيومركزي) .

ب- قانون كبلر الثالث :

ينص على ما يلي : " مربع دور كوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط بين مركز الكوكب و مركز الشمس "

2- أ- تمثيل قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي :



ب- العبارة الحرفية لشدة قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي بدلالة : M_T ، m_S ، G ، h ، R_T :

$$F_{T/S} = G\,.\frac{M_T.m_S}{r^2} = G.\frac{M_T.m_S}{(R_T+h)^2}$$

جـ- التحقق من عبارة سرعة القمر الاصطناعي المدارية :

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية على محور ناظمي :

$$F_{T/S} = m\,a_n$$

$$G\frac{M_T.m_S}{r^2} = m_S\,\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

د- تعرف الدور T :

الدور هو الزمن اللازم لانجاز دورة واحدة .

- عبارة الدور T بدلالة : M_T ، G ، r :

لدينا :

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

و مما سبق لدينا :

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \rightarrow v^2 = \frac{G.M_T}{r}$$

ومنه :

$$\frac{G.M_T}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{G.M_T} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G.M_T}}$$

هـ- الارتفاع h الذي يتواجد عليه القمر الاصطناعي (Alsat 1) عن سطح الأرض :

مما سبق يمكن كتابة : $T^2 = \frac{4\pi^2 (R+h)^3}{G.M_T}$ ومنه :

$$(R+h)^3 = \frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2} \rightarrow (R+h) = \sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}} \rightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2.G.M_T}{4\pi^2}} - R$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{(60\ .\ 98)^2 .6.67.10^{-11}.6.10^{24}}{4\pi^2}} - 6.38.10^6 = 672950\ m = 672.95\ km$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

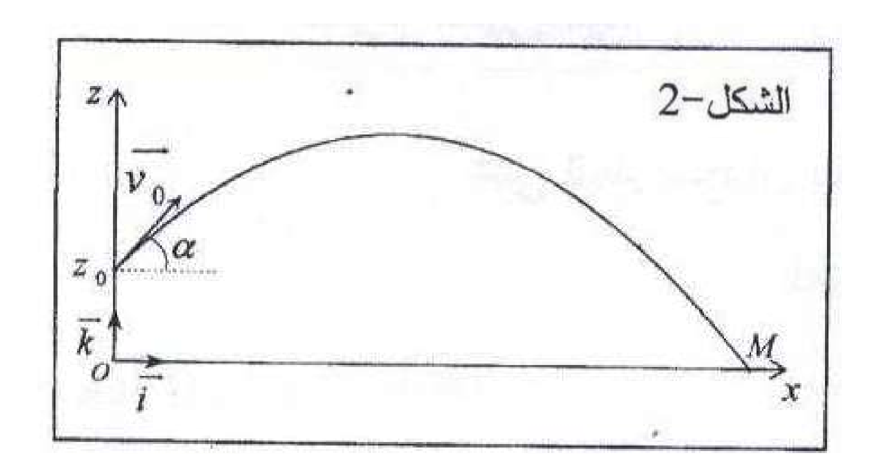
3AS U05 - Exercice 013

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (**)

في لعبة رمي الجلة ، يقذف اللاعب في اللحظة $t = 0\ s$ الجلة من ارتفاع $oz_0 = h = 2.0\ m$ ، عن سطح الأرض ، بسرعة ابتدائية $v_0 = 13.7\ m.s^{-1}$ ، شعاعها يصنع زاوية $\alpha = (\overrightarrow{ox}, \vec{v}_0) = 35°$.
نهمل تأثير الهواء (مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس) ، و نأخذ $g = 9.80\ m.s^{-1}$.



1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على القذيفة في المعلم المبين على (الشكل-2) ، استخرج :
أ- المعادلة التفاضلية للحركة .
ب- المعادلات الزمنية للحركة .
2- اكتب معادلة المسار $z = f(x)$.
3- اوجد إحداثيات M نقطة سقوط القذيفة . و ما هي سرعتها عندئذ ؟

حل التمرين

1- المعادلات التفاضلية للحركة :

1- الجملة المدروسة : جلة .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oz) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_z \end{cases}$$

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ \dfrac{dv_z}{dt} = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = 0 \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = -g \end{cases}$$

ب- المعادلات الزمنية :

لدينا

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

- نكامل طرفين عبارة التسارع بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفي عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد: **Erreur ! Liaison incorrecte.**

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ z = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \\ z = h_0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = h_0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ z = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + h_0 \end{cases}$$

2- معادلة المسار :

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $z(t)$:

$$z = -\frac{1}{2} g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) + h_0$$

$$z = -\frac{g}{2{v_0}^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x + h_0$$

3- إحداثيات M موضع سقوط القذيفة :

عند M لدينا $z_M = 0$ بالتعويض في معادلة المسار :

$$0 = \frac{-g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x_M^2 + \tan\alpha \, x_M + z_0$$

$$\frac{-10}{2 (13.7)^2 \cos^2 35} x_M^2 + \tan 35 \, x_M + 2 = 0$$

$$-0.04 \, x_M^2 + 0.70 \, x_M + 2 = 0$$

$$\Delta = (0.70)^2 - 4(-0.04)(2) = 0.81 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 0.9$$

$$x_{M1} = \frac{-0.70 + 0.9}{2(-0.04)} = -2.5 \text{ m} \quad (\text{مرفوض}) \quad ; \quad x_{M2} = \frac{-0.70 - 0.9}{2(-0.04)} = 20 \text{ m} \quad (\text{مقبول})$$

إذن احداثيي M موضوع سقوط الجلة هي : $(x_M = 20 \text{ m} \; , \; z_M = 0)$.

- سرعة الجلة عند M :

لدينا $x_M = 20$ m بالتعويض في $x(t)$:

$$20 = 13.7 \cos 35 \, t_M \rightarrow t_M = 1.78 \text{ s}$$

بالتعويض في $\vec{v}(t)$:

$$\begin{cases} v_x = 13.7 \cos 35 \\ v_z = -10 (1.78) + 13.7 \, . \sin 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = 11.22 \text{ m/s} \\ v_z = -9.94 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$v_M = \sqrt{(11.22)^2 + (-9.94)^2} \approx 15 \text{ m/s}$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

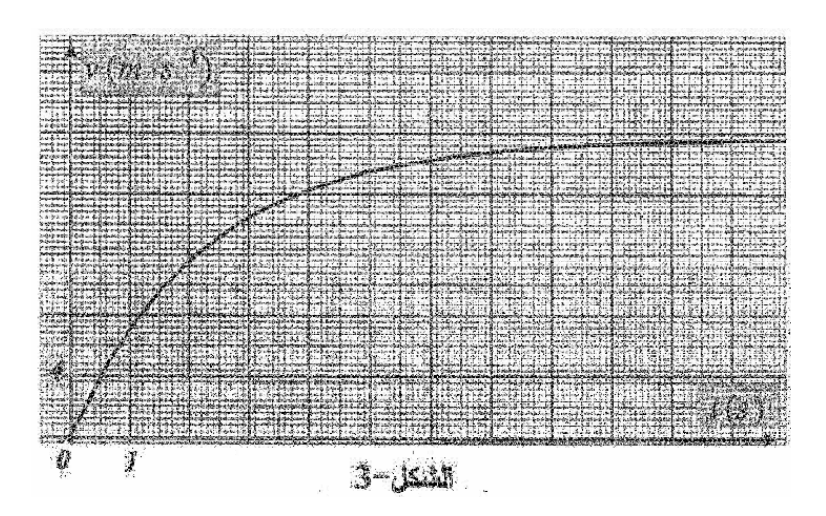
3AS U05 - Exercice 014

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2012 - علوم تجريبية) (**)

ندرس في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا حركة سقوط كرية في الهواء .
(الشكل-3) يمثل تطور سرعة مركز عطالة الكرية v بدلالة الزمن t .



الشكل-3

1- من البيان :
أ- حدد المجال الزمني لنظامي الحركة .
ب- عين قيمة السرعة الحدية v_ℓ .
جـ- احسب a_0 تسارع مركز عطالة الكرية في اللحظة $t = 0$. ماذا تستنتج ؟
د- ما هي قيمة التسارع لحظة وصول الكرية إلى سطح الأرض ؟
هـ- كم تكون قيمة الطاقة الحركية للكرية في اللحظة $t = 3\ s$ ؟
2- مثل كيفيا مخطط السرعة $v(t)$ لحركة السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرية في الفراغ .

تعطى : $g = 9.80\ m.s^{-2}$ ، كتلة الكرية : $m = 30\ g$

حل التمرين

1- أ- المجال الزمني لنظامي الحركة :

- النظام الانتقالي : $0 \leq t \leq 9\ s$
- النظام الدائم : $t > 9\ s$

ب- قيمة السرعة الحدية :

من البيان مباشرة : $v_\ell = 4.9\ .\ 4 = 19.6\ m/s$

جـ- التسارع a_0 عند $t = 0$:

إذا اعتبرنا $\tan\alpha$ هو ميل المنحنى (المستقيم) يمكن كتابة عند لحظة t :

$$\tan\alpha = \frac{dv}{dt} \quad .... (1)$$

و نظريا لدينا :

$$a = \frac{dv}{dt} \quad .... (2)$$

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) تكون قيمة التسارع مساوية لميل المماس أي :

$$a = \tan\alpha$$

بعد رسم المماس عند اللحظة $t = 0$ و حساب ميله نجد : $\tan\alpha = 9.8$ إذن :

$$t = 0 \rightarrow a = a_0 = 9.8\ m/s^2$$

الاستنتاج :

نلاحظ أن $a_0 = g$ ، نستنتج أن دافعة أرخميدس مهملة .

د- قيمة التسارع لحظة وصول الكرية إلى سطح الأرض :

يتضح من البيان أن الكرية بلغت النظام الدائم قبل وصولها إلى الأرض ، و اثناء ذلك تكون السرعة ثابتة $(v = C^{te})$

و عليه التسارع يكون معدوم $(a = \frac{dv}{dt} = 0)$ في النظام الدائم و كذلك لحظة و صول الكرية إلى سطح الأرض .

هـ- قيمة الطاقة الحركية عند اللحظة $t = 3\ s$:

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

من البيان :

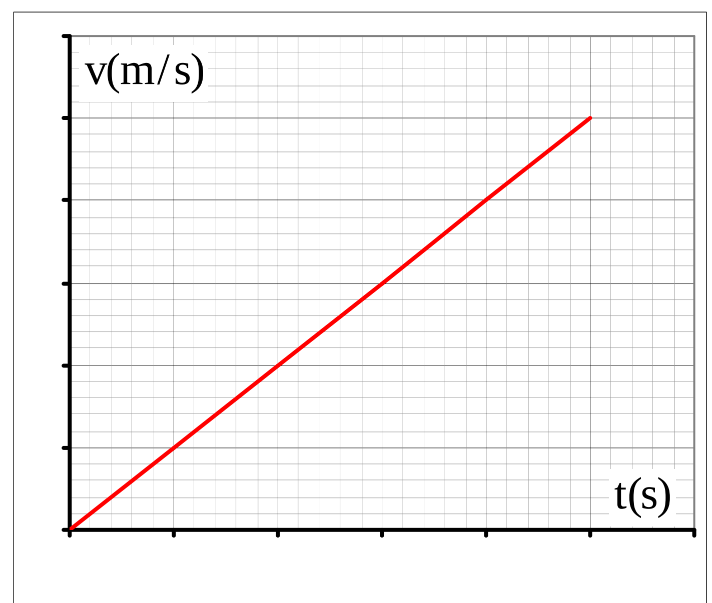
$$t = 3\ s \rightarrow v = 3.6 \times 4 = 14.4 m/s$$

و منه :

$$E_C = 0.5 . 30 . 10^{-3} (14.4)^2 = 3.1\ J$$

2- المخطط $v(t)$ لحركة السقوط الشاقولي لمركز عطالة الكرية في الفراغ :

إذا كان يقصد بالفراغ عدم وجود الهواء و بالتالي عدم وجود تأثيرات الهواء المتمثلة في قوى الاحتكاك و دافعة أرخميدس ، في حالة الحالة الكرية تخضع إلى قوة وحيدة ثابتة تتمثل في قوة الثقل ، و حركتها أثناء ذلك تكون مستقيمة متسارعة بانتظام بدون سرعة ابتدائية (سقوط حر) و يكون المخطط $v(t)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ كما في الشكل التالي :



www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 015

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

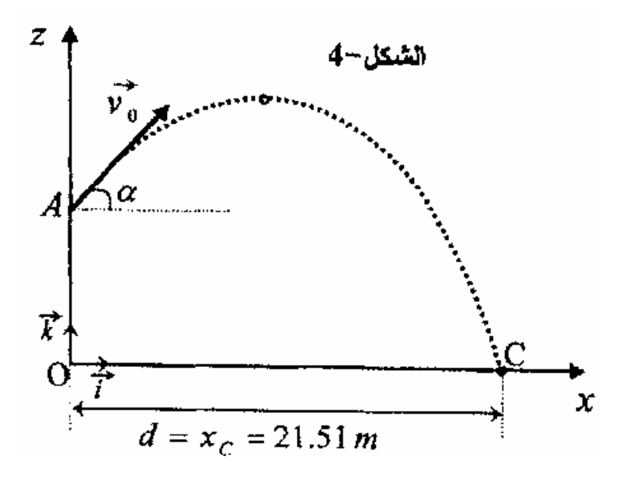
نص التمرين : (بكالوريا 2012 - علوم تجريبية) (**)

خلال منافسة رمي الجلة في الألعاب الأولمبية ببكين ، حقق الرياضي الذي فاز بهذه المنافسة النتيجة $d = 21.51\ m$ اعتمادا على الفيلم المسجل لعملية الرمي و لأجل معرفة السرعة v_0 التي قذفت بها الجلة ، تم استخراج بعض المعطيات أثناء لحظة الرمي :

قذفت الجلة من النقطة A الواقعة على ارتفاع $h_A = 2.00\ m$ بالنسبة لسطح الأرض و بالسرعة $\vec{v}_0$ التي تصنع الزاوية $\alpha = 45°$ مع الخط الأفقي (الشكل-4) .

ندرس حركة الجلة في المعلم المتعامد و المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{k})$ و نختار اللحظة الابتدائية $t = 0$ هي اللحظة التي يتم فيها قذف الجلة من النقطة A .

نهمل احتكاكات الجلة مع الهواء و دافعة أرخميدس بالنسبة لقوة ثقل الجلة .



1- جد المعادلتين $x = f(t)$ و $z = h(t)$ المميزتين لحركة الجلة في المعلم المختار ، ثم استنتج معادلة مسار الجلة $z = g(x)$ بدلالة المقادير h_A ، α ، g و v_0 .

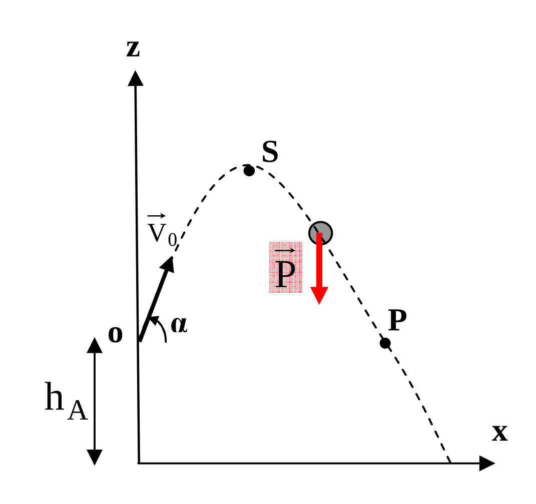
2- جد معادلة السرعة الابتدائية v_0 بدلالة h_A ، α ، g و d ، ثم احسب قيمتها .

3- جد المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء .

تعطى : $g = 9.8\ m.s^{-2}$.

حل التمرين

1- المعادلتين x(t) ، z(t) و معادلة المسار :



- الجملة المدروسة : كرة (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oz) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_z \end{cases}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

- نكامل طرفين عبارة التسارع بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفي عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ z = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \\ z = h_A \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = h_A \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ z = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + h_A \end{cases}$$

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $z(t)$:

$$z = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) + h_A$$

$$z = -\frac{g}{2{v_0}^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x + h_A$$

2- عبارة السرعة الابتدائية بدلالة h_A ، α ، g ، d و حساب قيمتها :

لدينا :

$$x = d \rightarrow z = 0$$

بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$0 = -\frac{g}{2{v_0}^2 \cos\alpha^2} d^2 + \tan\alpha . d + h_A$$

$$\frac{g}{2{v_0}^2 \cos\alpha^2} d^2 = \tan\alpha . d + h_A$$

$$2\,{v_0}^2 \cos\alpha^2\,(\tan\alpha . d + h_A) = g . d^2$$

$$2\,v_0^{\,2}\cos\alpha^2 = \frac{g\,.\,d^2}{\tan\alpha\,.d + h_A} \quad\rightarrow\quad v_0 = \sqrt{\frac{g\,.\,d^2}{2\cos\alpha^2\,(\tan\alpha\,.d + h_A)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9.8\,.\,(21.51)^2}{2\,(\cos 45)^2\,.\,((\tan 45 \times 21.5) + 2)}} = 13.89\ \ m/s$$

3- المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء :

$$t = t_C \rightarrow x = d$$

بالتعويض في المعادلة x(t) :

$$d = v_0\cos\alpha\, t_C \rightarrow t_C = \frac{d}{v_0\cos\alpha}$$

$$t_C = \frac{21.51}{13.89\,.\cos 45} = 2.2\,s$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 016

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (**)

في فبراير 2012 ، هبت عاصفة ثلجية على شمال شرق الجزائر ، فاستعملت الطائرات المروحية للجيش الوطني الشعبي لإيصال المساعدات للمتضررين خاصة في المناطق الجبلية منها .

أولا :

تطير المروحية على ارتفاع ثابت h من سطح الأرض بسرعة أفقية ثابتة قيمتها $v_0 = 50\ m.s^{-1}$.

يُترك صندوق مواد غذائية مركز عطالته G يسقط في اللحظة $t = 0$ انطلاقا من النقطة O مبدأ الإحداثيات و بالسرعة الابتدائية الأفقية $\vec{v}_0$ ليرتطم بسطح الأرض في النقطة M (الشكل-6) .

ندرس حركة G في المعلم المتعامد و المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ المرتبط بسطح الأرض الذي نعتبره غاليليا ، نهمل أبعاد الصندوق و تؤثر عليه قوة وحيدة هي قوة ثقله .

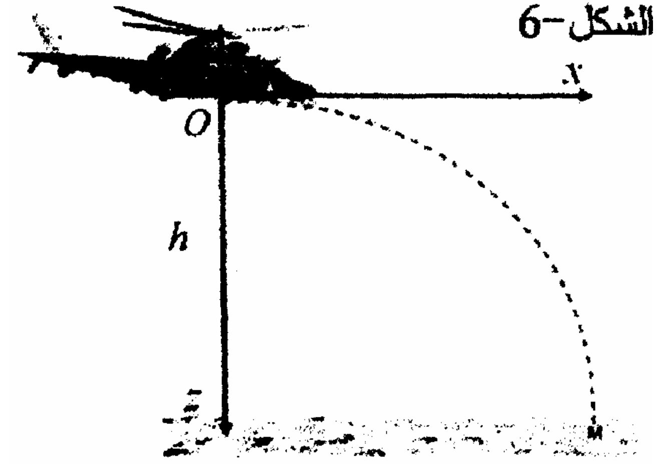
1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن جد :

أ- المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $z(t)$.

ب- معادلة المسار $z(x)$.

جـ- إحداثيتي نقطة السقوط M .

د- الزمن اللازم لوصول الصندوق إلى الأرض .



ثانيا :

لكي لا تتلف المواد الغذائية عند الارتطام بسطح الأرض ، تم ربط الصندوق بمظلة تمكنه من النزول شاقوليا ببطء . تبقى المروحية على نفس الارتفاع h السابق في النقطة O ، ليترك الصندوق يسقط شاقوليا دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ (الشكل-7) . يخضع الصندوق لقوة احتكاك الهواء نعبر عنها بالعلاقة $\vec{f} = -100 \times \vec{v}$.

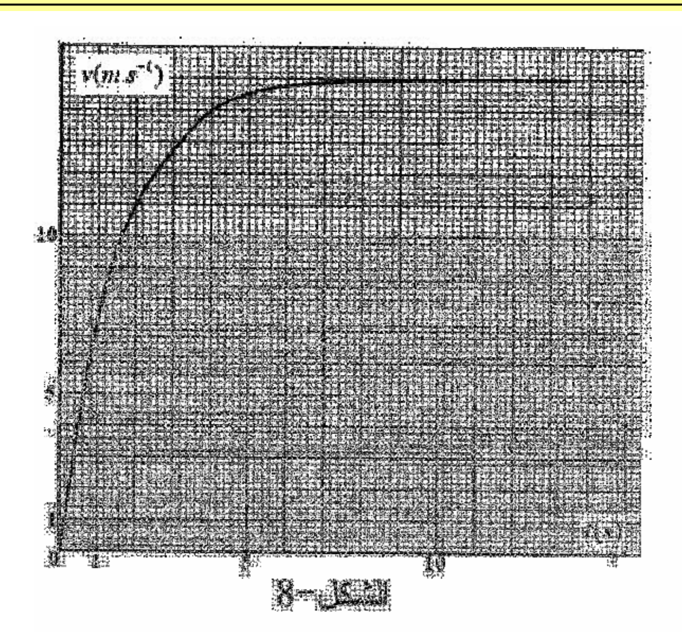
حيث : $\vec{v}$ يمثل شعاع سرعة الصندوق في اللحظة t مع إهمال دافعة أرخميدس خلال السقوط .

1- جد المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز عطالة الصندوق .

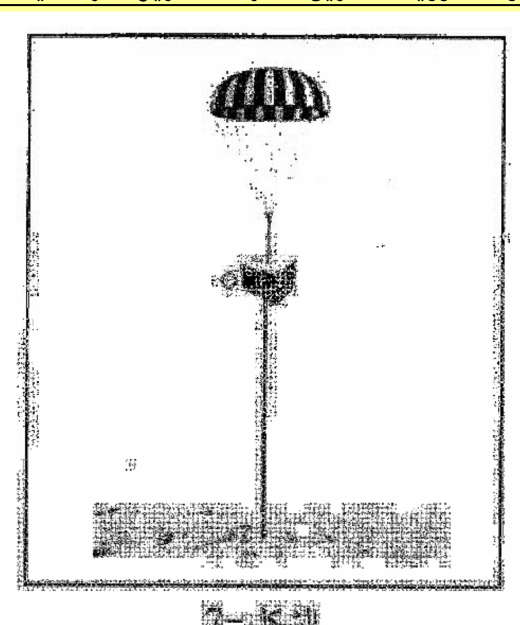
2- يمثل (الشكل-8) تطور v سرعة مركز عطالة الصندوق بدلالة الزمن t .

أ- جد السرعة الحدية v_ℓ .

ب- حدد قيمتي السرعة و التسارع في اللحظتين : $t = 0\ s$ و $t = 10\ s$.



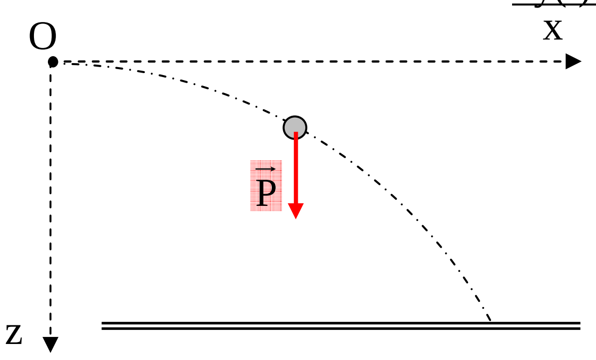
الشكل-8


الشكل-7

يعطى : $g = 9.8\ m.s^{-2}$ ، $h = 405\ m$ ، كتلة الصندوق و المظلة $m = 150\ kg$.

حل التمرين

1- أ- المعادلتين الزمنيتين x(t) ، y(t) :



- الجملة المدروسة : صندوق .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$
$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P_x = m\,a_x \\ P_z = m\,a_z \end{cases}$$
$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ P = m\,a_z \end{cases}$$
$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ m\,g = m\,a_z \end{cases}$$
$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_z = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \\ 0 = g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = 0 \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_z = g\,t \end{cases}$$

نكامل طرفين عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0\,t + C_1' \\ z = \frac{1}{2} g\,t^2 + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0\,(0) + C_1' \rightarrow C'_1 = 0 \\ 0 = \frac{1}{2} g\,(0)^2 + C_2' \rightarrow C'_2 = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0\,t \\ z = \frac{1}{2} g\,t^2 \end{cases}$$

ب- معادلة المسار :

من المعادلة $x = f(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0}$$

بالتعويض في $z(t)$:

$$z = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

$$z = \frac{g}{2{v_0}^2} x^2$$

جـ- إحداثيي نقطة السقوط M :

لدينا :

$$x = x_M \rightarrow z = h = 405$$

بالتعويض في معادلة المسار :

$$h = \frac{g}{2v_0^2}x_M^2 \rightarrow x_M = \sqrt{\frac{2hv_0^2}{g}}$$

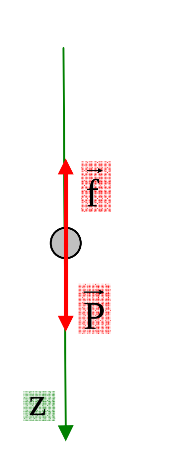
$$x_M = \sqrt{\frac{2.405.(50)^2}{9.8}} = 454\,m$$

إذن احداثيي النقطة M هي : $(x_M = 454\ m\ ,\ z_M = 405\ m)$.

ثانيا :

1- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : صندوق .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاثة الشعاعية وفق المحور (oz) يكون :

$$P - f = m\,a_G$$

$$m\,g - 100\,v = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{100}{m}v$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{100}{150}v \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{dt} = g - \frac{2}{3}v$$

2- أ- السرعة الحدية :

من البيان مباشرة و عند النظام الدائم يكون :

$v_\ell = 15\ m/s$

ب- قيمتي v و a عند اللحظتين $t = 0$ ، $t = 10\ s$:

- من البيان مباشرة :

- $t = 0 \rightarrow v = 0$
- $t = 10\ s \rightarrow v = 15\ m/s$

- يمثل a في كل لحظة ميل مماس المنحنى البياني عند هذه اللحظة ، و إذا اعتبرنا $\tan\alpha$ هو ميل المماس عند هذه اللحظة يكون :

$a = \tan\alpha$

- بعد رسم المماس و حساب ميله عند اللحظتين نجد :

- $t = 0 \rightarrow \tan\alpha = 9.85 \rightarrow a = 9.8$
- $t = 10 \rightarrow \tan\alpha = 0 \rightarrow a = 0$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 017

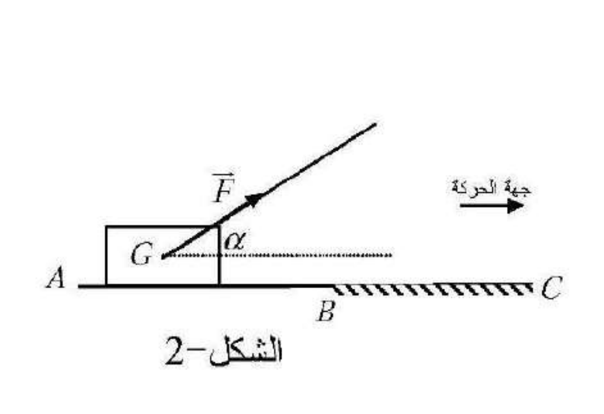
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

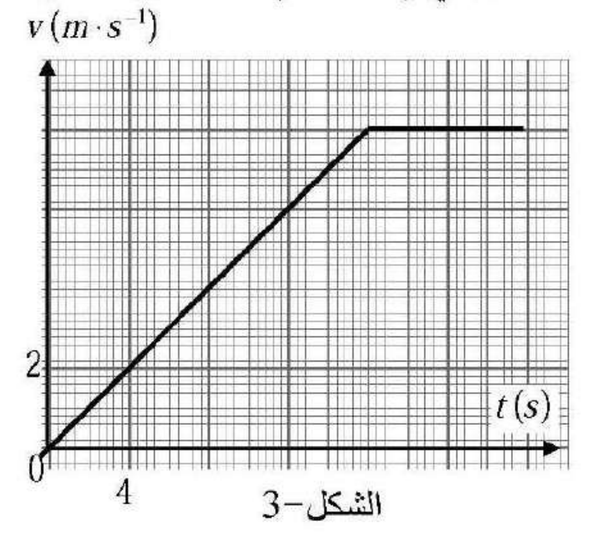
نص التمرين : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (**)

يجر حمزة صندوقا كتلته: $m=10kg$ على طريق مستقيم أفقي (AC)، مركز عطالته G بقوة $\vec{F}$ ثابتة حاملها يصنع زاوية: $\alpha=30°$ مع المستوى الأفقي، حيث الجزء (AB) أملس، والجزء (BC) خشن (الشكل-2).

التمثيل البياني (الشكل-3) يمثل تغيرات سرعة G بدلالة الزمن t.



الشكل-2



الشكل-3

1- أ- استنتج بيانيا طبيعة الحركة و التسارع لــ G لكل مرحلة.

ب- استنتج المسافة المقطوعة AC.

2- أ- اكتب نص القانون الثاني لنيوتن.

ب- جِدْ عبارة شدة قوة الجر $\vec{F}$، ثمّ احسبها.

جـ- جِدْ عبارة شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$، ثمّ احسبها.

د- فسّر لماذا يمكن للسرعة أن تصبح ثابتة في المرحلة الأخيرة.

حل التمرين

1- أ- صيغة الحركة وقيمة التسارع في كل مرحلة :

المرحلة الأولى $[0, 16s]$:

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v=at$ ، وكون أن $a>0$ ، $v>0$ يكون $av>0$ ، ومنه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام ؛ تسارعها :

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2-0}{4-0} = 0,5\ m/s^2$$

المرحلة الثانية $[16s, 24s]$:

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة ، ومنه الحركة مستقيمة منتظمة تسارعها معدوم

$$a_2 = 0$$

ب- المسافة المقطوعة AC :

اعتماداً على طريقة المساحات ، من البيان $v(t)$:

$$AC = d_1 + d_2 = \frac{16\times 8}{2} + (8\times 8) = 128\,m$$

جـ- أ- نص القانون الثاني لنيوتن :

في مرجع غاليلي ، مجموع القوى الخارجية $(\sum \vec{F}_{ext})$ المؤثرة على مركز عطالة جملة ميكانيكية مساوي لجداء كتلة هذه الجملة في شعاع تسارع مركز عطالتها .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

ب- عبارة شدة قوة الجر :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع سطحي أرضي نعتبره عاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق ox :

$$F_o \cos\alpha = m a_1$$

$$F = \frac{m \cdot a_1}{\cos\alpha}$$

$$F = \frac{10 \times 0{,}5}{\cos 30} = 5{,}77\ N$$

ج- عبارة شدة قوة الاحتكاك

$\vec{F}$, $\vec{R}$, $\vec{F}_y$, $\vec{f}$, $\vec{F}_x$, x, y, B, C, $\vec{P}$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن للجملة صندوق في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_2$$

وحيث أن الحركة مستقيمة منتظمة أثناء الانتقال من B إلى C تكون $\vec{a}_2 = \vec{0}$ ومنه نكتب

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = \vec{0}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox :

$$F \cdot \cos\alpha - f = 0$$

$$f = F \cdot \cos\alpha$$

$$f = 5{,}77 \cdot \cos 30^{\circ} \simeq 5\ N$$

د- تفسير ثبات السرعة

أثناء الانتقال على الجزء AB الأملس (قوة الاحتكاك معدومة) كان الصندوق يتحرك تحت تأثير القوة $\vec{F}$ في جهة حركته وعند دخوله الجزء BC الخشن، أصبح يخضع إلى قوة أخرى (قوة الاحتكاك) معاكسة له أدت إلى انعدام محصلة القوى المؤثرة على الصندوق، وبالتالي أصبحت سرعته ثابتة (مبدأ العطالة)

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 018

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (**)

نعتبر قمرا اصطناعيا (S) كتلته m_S يدور حول الأرض في جهة دورانها بسرعة ثابتة (الشكل-6).

1- مثّل القوى الخارجية المؤثرة على القمر الاصطناعي (S).

2- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي (S)؟ عرّفه.

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جِدْ العبارة الحرفية لسرعة القمر الاصطناعي بدلالة: ثابت الجذب العام G، كتلة الأرض M_T، نصف قطر الأرض R_T وارتفاع مركز عطالة القمر الاصطناعي عن سطح الأرض h، ثمّ احسب قيمتها.

4- أ- جِدْ عبارة دور القمر الاصطناعي بدلالة: R_T ، h ، G ، M_T ، ثمّ احسب قيمته.

ب- هل يمكن اعتبار هذا القمر جيو مستقر ؟ علّل.

5- ذكّر بالقانون الثالث لكبلر، ثمّ بيّن أن النسبة: $k = \frac{T^2}{(R_T+h)^3}$ ، حيث: k ثابت يطلب حسابه.

(s)
الأرض
الشكل-6

يعطى: $G = 6,67 \times 10^{11}$ (SI), $M_T = 6,0 \times 10^{24}$ kg , $R_T = 6380$ km , $h = 35800$ km , $\pi^2 = 10$

حل التمرين

1- تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على القمر الاصطناعي :

T F (S)

2- المرجع المناسب لدراسة حركة القمر الاصطناعي هو المرجع المركزي الأرضي.

تعريفه : هو مرجع مركزه منطبق على مركز الأرض، ومحاوره المعلم المنسوب إليه تتجه نحو ثلاث نجوم جد بعيدة ثابتة بالنسبة لمركز الأرض، أو توازي محاور المرجع المركزي الشمسي.

3- عبارة v بدلالة G، M_T، R :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في مرجع مركزي أرضي نعتبره غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي :

$$F = m a_n$$

$$\frac{G \cdot m \cdot M}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{(R+h)} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{(R+h)}}$$

4- أ- عبارة T بدلالة R، h، G، M :

لدينا :

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

ولدينا سابقا :

$$v = \sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}$$

ومنه :

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\frac{GM}{(R+h)}}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{\frac{GM}{(R+h)}} \rightarrow T$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM}}$$

قيمة الدور :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2((6380+35800)\times 10^3)^3}{6,67\times 10^{-11}\times 6\times 10^{24}}} = 85996,54s \approx 24h$$

ب- نعم القمر الاصطناعي جيو مستقر لأن دور $T \approx 24s$ مساوي لدور حركة الأرض حول نفسها.

5- قانون كبلر الثالث :

مربع دور قمر اصطناعي يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط بين مركزي القمر الاصطناعي والأرض .

* اثبات أن $\frac{T^2}{(R+h)^3}$ ثابتة :

وجدنا سابقا :

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM} \rightarrow \frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

G ، M ، π ثوابت ومنه النسبة $\frac{T^2}{(R+h)^3}$ ثابتة بالنسبة لكل الأقمار الاصطناعية .

* قيمة النسبة :

$$\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{6,67\times 10^{-11}\times 6\times 10^{24}} \approx 10^{-13}$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 019

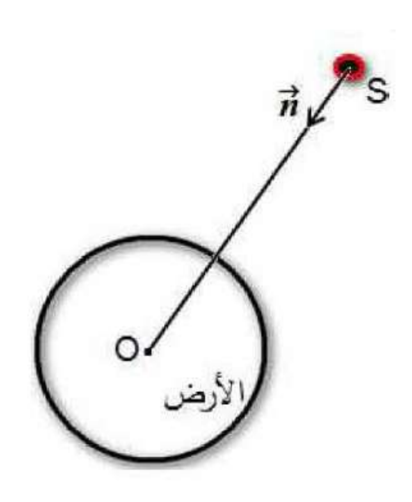
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (**)

يدور قمر اصطناعي (S) حول الأرض بحركة دائرية منتظمة على ارتفاع $h = 700\ km$ من سطحها ، حيث ينجز 14.55 دورة في اليوم الواحد . نفرض أن المرجع الأرضي المركزي مرجع غاليلي .

1- مثل شعاع التساع $\vec{a}$ لحركة القمر الاصطناعي (S) (الشكل) .



2- أعط دون برهان عبارة شعاع التسارع $\vec{a}$ لحركة القمر الإصطناعي (S) ، بدلالة v سرعة القمر الإصطناعي (S) . و نصف القطر r لمسار حركة القمر الاصطناعي حول الأرض ، و شعاع الوحدة $\vec{n}$.

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن عبارة سرعة القمر الاصطناعي (S) حول حركة كوكب الأرض تعطى بالعلاقة :

$$v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$$ ، حيث : M_T كتلة الأرض

4- اكتب العلاقة بين T_S ، r و ، حيث : T_S دور القمر الاصطناعي (S) حول الأرض .

5- بين أن : $\frac{T^2_S}{r^3} = 9.85.10^{-14}\ s^2.m^{-3}$.

6- استنتج M_T كتلة الأرض .

يعطى :

- ثابت التجاذب الكوني : $G = 6.67\ .\ 10^{-11}\ SI$.
- نصف قطر الأرض : $R_T = 6400\ km$.
- دور الأرض : $T = 24\ h$.

حل التمرين

1- تمثيل شعاع التسارع $\vec{a}$:

- عبارة $\vec{a}$ بدلالة v ، r ، $\vec{n}$:

بما أن الحركة دائرية منتظمة يكون شعاع التسارع ناظمي (محمول على المحور الناظمي) وعليه :

$$\vec{a} = a_n \vec{n}$$

وكون أن $a_n = \frac{v^2}{r}$ نكتب :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

3- عبارة v :

يمكن اعتماد الطريقة المتبعة سابقاً ، نستعمل في هذه الحالة طريقة أخرى كما يلي :

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{.....} (*)$$

حيث $\vec{F}$ هي قوة الجذب العام التي تكون متجهة نحو مركز المسار ومحمولة على المحور الناظمي ، وبالتالي يمكن كتابة :

$$\vec{F} = F \vec{n}$$

$$\vec{F} = \frac{G m M_T}{r^2} \vec{n}$$

وجدنا سابقاً :

$$a = \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

بالتعويض في العلاقة الشعاعية (*) نجد :

$$\frac{G m M}{r^2} \vec{n} = m \frac{v^2}{r} \vec{n}$$

بالمطابقة :

$$\frac{G m M_T}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_T}{r}}$$

4- العلاقة بين T_s و r :

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

5- قيمة $\frac{T^2}{r^3}$:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{T^2}{(R_T + h)^3}$$

- نحسب أولا T_s

الدور T هو الزمن اللازم لانجاز دورة واحدة ، وكون أن القمر الاصطناعي ينجز 14,55 دورة في اليوم (24h) يكون باستعمال القاعدة الثلاثية :

14,55 دورة ⟵ (24 x 3600) ثانية

1 دورة ⟵ T

$$T = \frac{1 \times 24 \times 3600}{14,55} = 5938,14 s$$

ومنه :

$$\frac{T_s^2}{r^3} = \frac{5938,14}{(6400 \times 10^3 + 700 \times 10^3)^3} = 9,85 \times 10$$

5- كتلة الأرض M_T :

لدينا سابقا : $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$ بالتعويض في عبارة الدور $T = \frac{2\pi r}{v}$

نجد :

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM_T}{r}}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM_T}{r}} \rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$$

ومنه :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T} \longrightarrow M_T = \frac{4\pi^2}{G \cdot \frac{T^2}{r^3}}$$

$$M_T = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 9,85 \times 10^{-14}} = 6 \times 10^{24} Kg$$

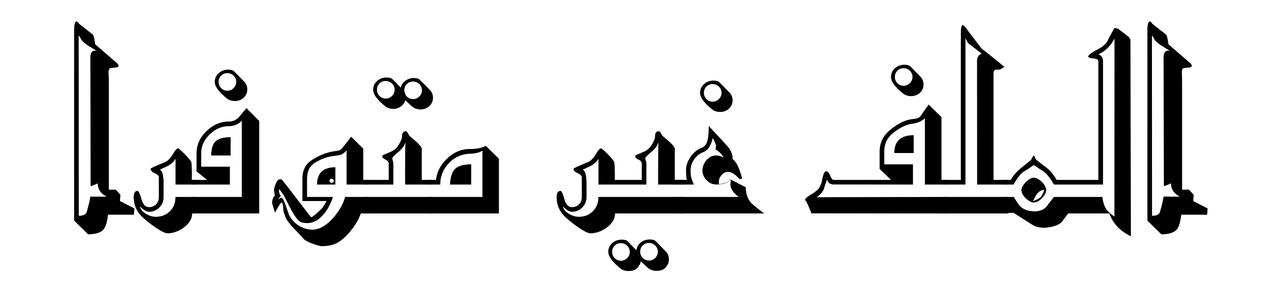
تمارين مقترحة

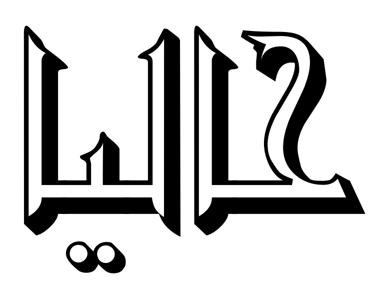
www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 020 المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)





في أقرب وقت إن شاء اللّه

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 021

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)

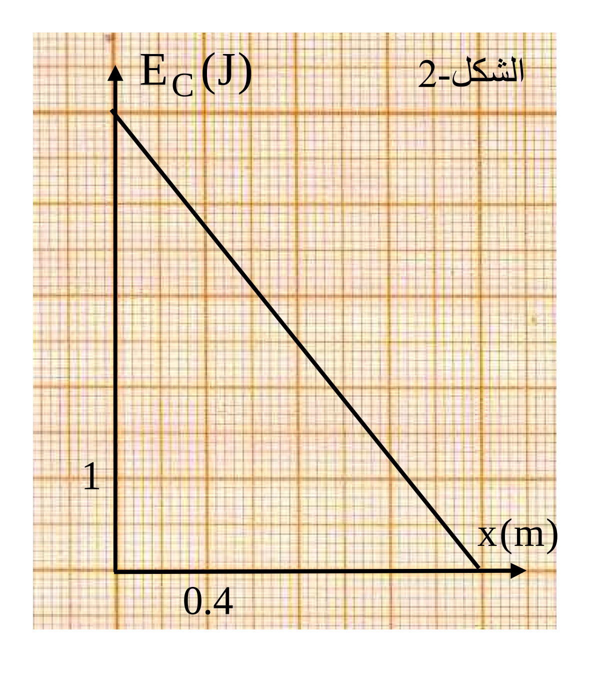
عند اللحظة $t = 0$ و من نقطة (o) نعتبرها مبدأ الاحداثيات ، نقذف جسما نقطيا (S) كتلته $m = 400\ g$ بسرعة ابتدائية v_0 ، فينسحب على مستوي مائل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ (الشكل-1) ، يخضع الجسم (S) أثناء حركته إلى قوى الاحتكاك تكافئ قوة $\vec{f}$ ثابتة الشدة معاكسة لجهة الحركة . يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

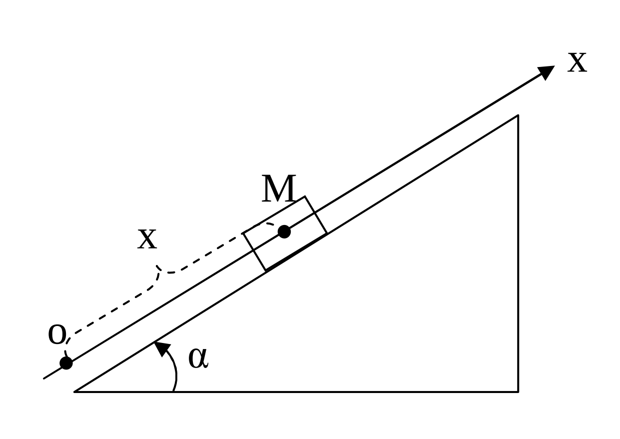
1- بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة على الجملة جسم (S) بين اللحظة $t = 0$ و لحظة مروره من موضع كيفي M تكون عنده الفاصلة x ، و الطاقة الحركية E_C ، اثبت أن :

$$E_C = - (m.g.\sin\alpha + f)\, x + E_{C0}$$

حيث : E_{C0} هي الطاقة الحركية لحظة قذف (S) .

2- نقيس E_C عند أوضاع مختلفة فاصلتها x فنحصل على المنحنى البياني $E_C = f(x)$ كما في (الشكل-2) .





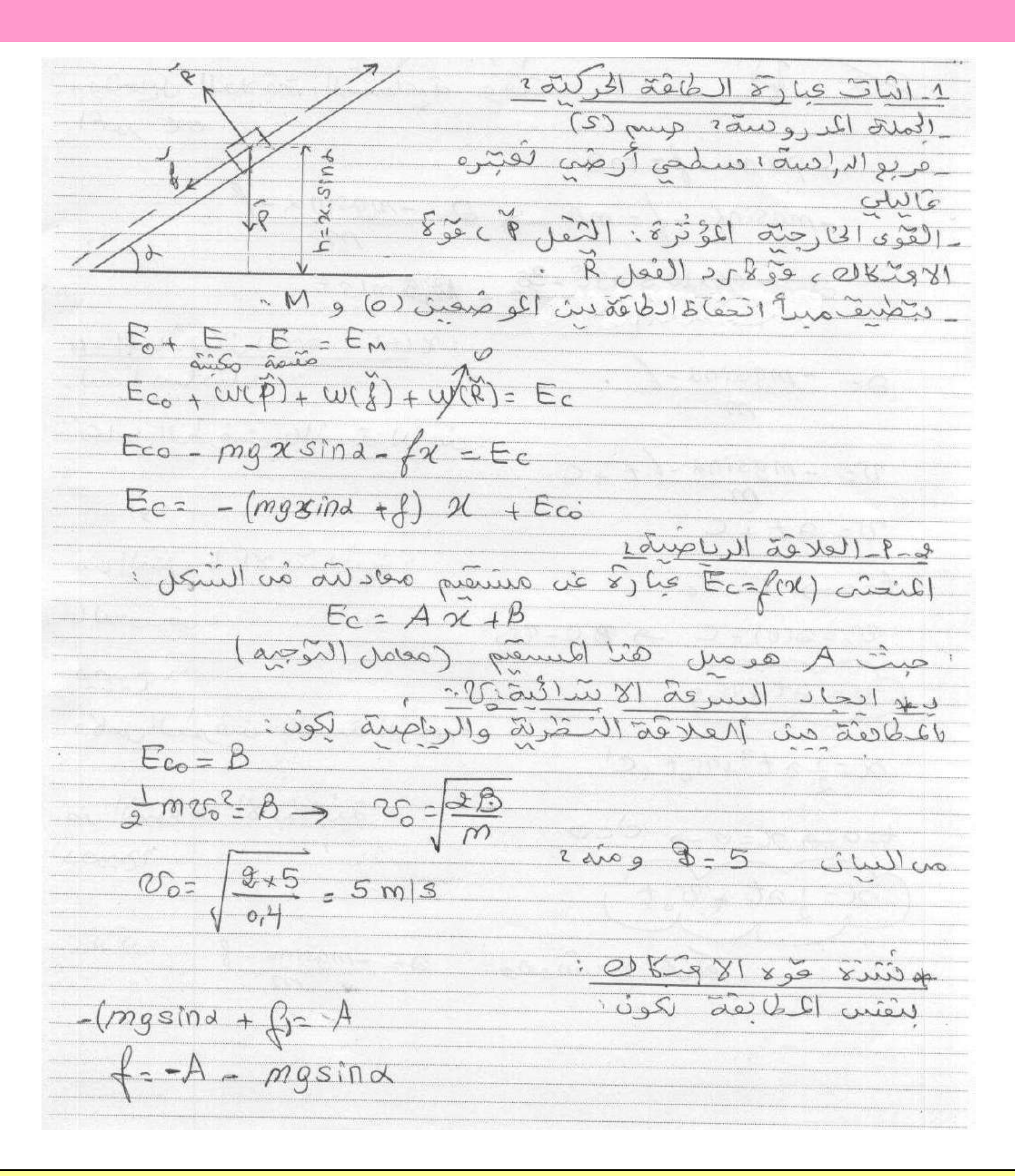
أ- أكتب العلاقة الرياضية بين E_C و x .

ب- بمطابقة هذه العلاقة الرياضية بالعلاقة النظرية السابقة ، استنتج قيمة السرعة الابتدائية v_0 و شدة قوة الاحتكاك f .

3- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أدرس طبيعة حركة الجسم (S) ثم أحسب قيمة تسارعه .

4- أكتب المعادلات الزمنية للحركة $v(t)$ ، $x(t)$.

حل التمرين



1- إثبات عبارة الطاقة الحركية:

- الجملة المدروسة: جسم (S)
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين (0) و M:

$$E_0 + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_M$$

$$E_{c0} + W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + W(\vec{R}) = E_c$$

$$E_{c0} - mg\,x\sin\alpha - f\,x = E_c$$

$$E_c = -(mg\sin\alpha + f)\,x + E_{c0}$$

2-أ- العلاقة الرياضية:

المنحنى $E_c = f(x)$ عبارة عن مستقيم معادلته في الشكل:

$$E_c = A\,x + B$$

حيث A هو ميل هذا المستقيم (معامل التوجيه)

ب- إيجاد السرعة الابتدائية:

بالمطابقة بين العلاقة النظرية والرياضية يكون:

$$E_{c0} = B$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = B \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2B}{m}}$$

من البيان $B = 5$ ومنه:

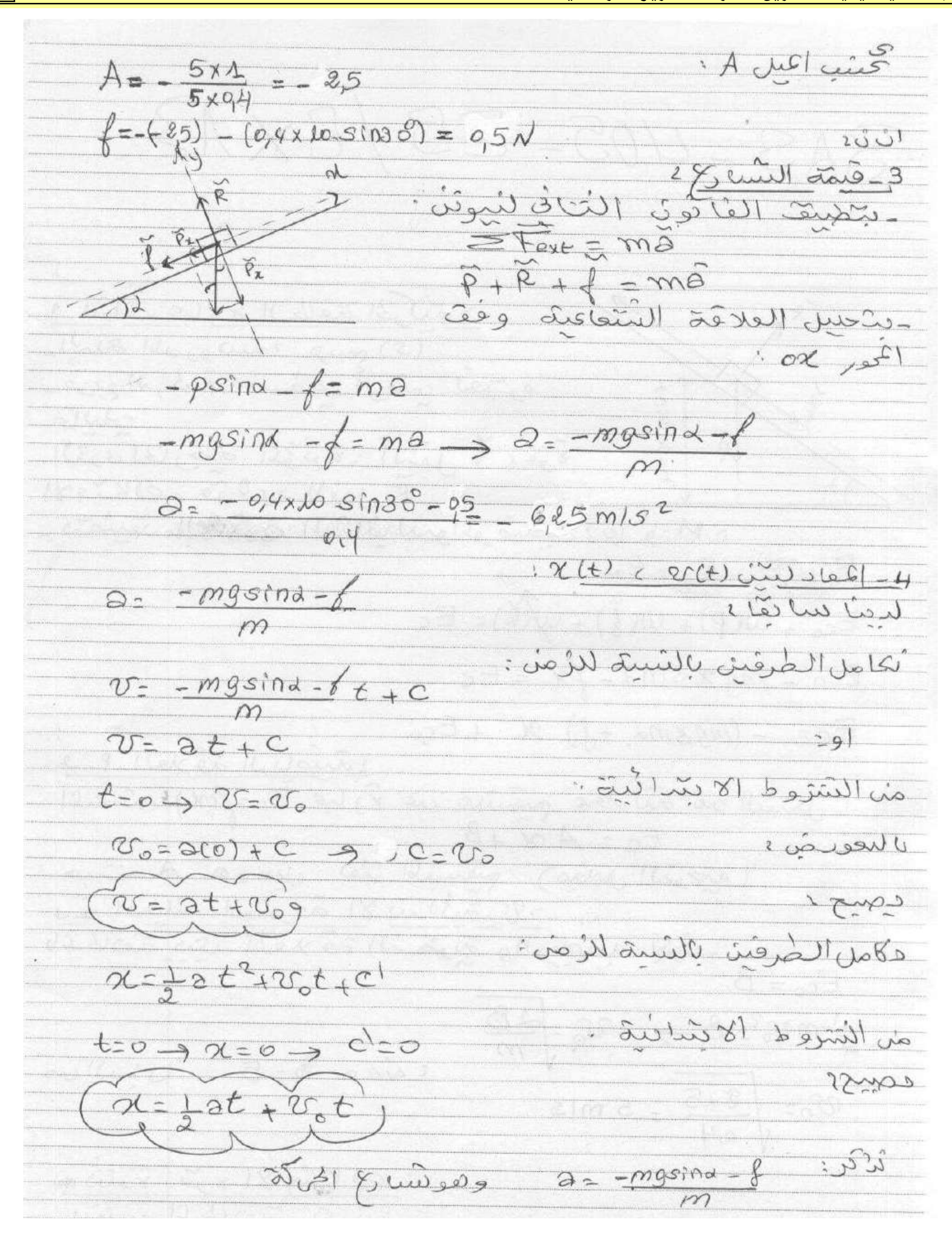
$$v_0 = \sqrt{\frac{2 \times 5}{0{,}4}} = 5\ m/s$$

* شدة قوة الاحتكاك:

بنفس المطابقة يكون:

$$-(mg\sin\alpha + f) = A$$

$$f = -A - mg\sin\alpha$$



نحسب اعيل A :

$A = -\frac{5\times 1}{5\times 0,4} = -2,5$

ان : $f = -(-2,5) - (0,4\times 10\sin 30°) = 0,5 N$

3- قيمة التسارع :

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P}+\vec{R}+\vec{f} = m\vec{a}$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox :

$-P\sin\alpha - f = ma$

$-mg\sin\alpha - f = ma \rightarrow a = \frac{-mg\sin\alpha - f}{m}$

$a = \frac{-0,4\times 10\sin 30° - 0,5}{0,4} = -6,25 m/s^2$

4- المعادلتين $v(t)$ ، $x(t)$:

لدينا سابقا :

$a = \frac{-mg\sin\alpha - f}{m}$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$v = \frac{-mg\sin\alpha - f}{m}t + C$

او :

$v = at + C$

من الشروط الابتدائية :

$t=0 \rightarrow v = v_0$

بالتعويض :

$v_0 = a(0) + C \rightarrow C = v_0$

يصبح :

$v = at + v_0$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + C'$

من الشروط الابتدائية :

$t=0 \rightarrow x = 0 \rightarrow C' = 0$

يصبح :

$x = \frac{1}{2}at + v_0t$

تذكر : $a = \frac{-mg\sin\alpha - f}{m}$ وهو تسارع الحركة

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 022

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (**)

هذا النص مأخوذ من مذكرات العالم هويجنز سنة 1690 " .. في البداية كنت أضن أن قوة الاحتكاك في مائع (غاز أو سائل) تتناسب طردا مع السرعة ، و لكن التجارب التي حققتها في باريس ، بينت لي أن قوة الاحتكاك ، يمكن أيضا أن تتناسب طردا مع مربع السرعة . و هذا يعني أنه إذا تحرك متحرك بسرعة ضعف ما كان عليه ، يصطدم بكمية مادة من المائع تساوي مرتين و لها سرعة ضعف ما كانت لها .... "

1- يشير النص إلى فرضيتي هويغنز حول قوة الاحتكاك في الموائع ، يعبر عنهما رياضيا بالعلاقتين :

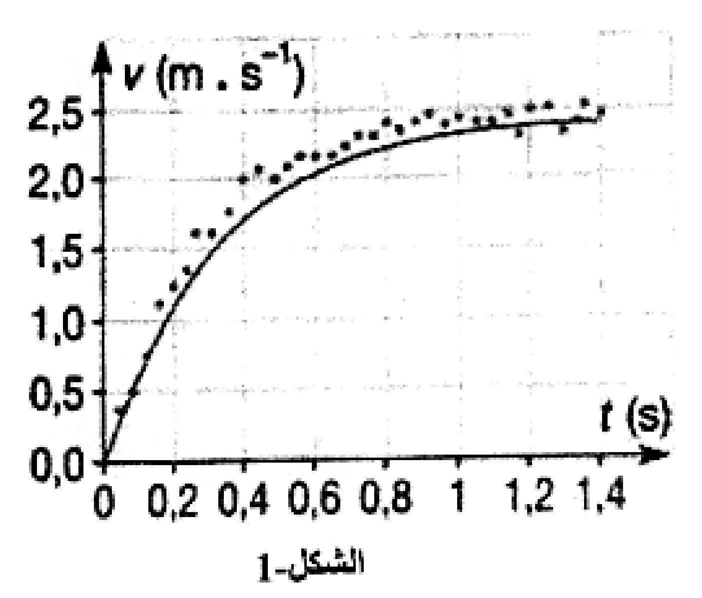
$f = k\,v$ …………… (1)

$f = k'\,v^2$ ………… (2)

حيث : f قوة الاحتكاك ، v سرعة مركز عطالة المتحرك ، k ، k' ثابتان موجبان .

أرفق بكل علاقة التعبير المناسب من النص عن كل فرضية .

2- للتأكد من صحة الفرضيتين ، تم تسجيل حركة بالونة تسقط في الهواء ، سمح التسجيل بالحصول على سحابة من النقاط تمثل تطور سرعة مركز عطالة البالونة ، في لحظات زمنية معينة (الشكل-1) .



الشكل-1

أ) بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، و اعتماد الفرضية المعبر عنها بالعلاقة (f = k v) ، أكتب المعادلة التفاضلية لحركة سقوط البالونة بدلالة :

- (ρ_0) الكتلة الحجمية للهواء .
- (ρ) الكتلة الحجمية للبالونة .
- (m) كتلة البالونة .
- (g) تسارع الجاذبية الأرضية .
- (k) ثابت التناسب .

ب) بين أن المعادلة التفاضلية يمكن كتابتها على الشكل : $\frac{dv}{dt} + B\,v = A$ حيث A و B ثابتان .

جـ) اعتمادا على البيان (الشكل-1) . ناقش تطور السرعة (v) و استنتج قيمتها الحدية (v_m) . ماذا يمكن القول عن حركة مركز عطالة البالونة خلال هذا التطور ؟

د) أحسب قيمتي A و B .

3) رسم على نفس المخطط السابق المنحنى $v = f(t)$ وفق قيمتي A و B (المنحنى الممثل بالخط المستمر في الشكل-1) . ناقش صحة الفرضية الأولى .

يعطى : $g = 9.81\ m.s^{-2}$ ، $\rho_0 = 1.3\ kg.m^{-3}$ ، $\rho = 4.1\ kg.m^{-3}$.

حل التمرين

1- التعبير المناسب لكل عبارة :

▪ العلاقة $f = k\,v$ توافق النص : " قوة الاحتكاك تتناسب طرديا مع السرعة " .

▪ العلاقة $f = k\,v^2$ توافق النص : " قوة الاحتكاك تتناسب طرديا مع مربع السرعة "

2- أ- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : بالونة .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : ثقل البالونة $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ، دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{f} + \vec{\Pi} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور (oz) شاقولي و متجه نحو الأسفل نجد :

$$P - f - \Pi = m\,a_G$$

$$m\,g - k\,v + \rho_0 V g = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} + k\,v = m\,g - \rho_0 V\,g$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = \frac{\rho V\,g - \rho_0 V\,g}{\rho V}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = \frac{gV(\rho - \rho_0)}{\rho V}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\frac{(\rho - \rho_0)}{\rho}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g\,(1 - \frac{\rho_0}{\rho})$$

ب- المعادلة التفاضلية السابقة هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} + B\,v = A$ حيث :

$$B = \frac{k}{m} \quad , \quad A = g\,(1 - \frac{\rho_0}{\rho})$$

جـ- مناقشة تطور السرعة :

- في اللحظة $t = 0$ تكون السرعة معدومة و بعدها تتطور السرعة تدريجيا إلى أن تبلغ قيمة حدية $v_m = 2.5\ m/s$.

- بالنسبة لحركة مركز عطالة البالونة يمكن تمييز ثلاث مراحل :

المرحلة الأولى ($t = 0 \rightarrow t = 0.2\ s$) :

في هذه المرحلة البيان $v = f(t)$ يكون تقريبا عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$v = \alpha t \rightarrow a = \frac{dv}{dt} = \alpha = (\text{ثابت})$$

هذا يعني أن حركة البالونة في هذه المرحلة مستقيمة متغيرة متسارعة بانتظام .

المرحلة الثانية ($t = 0.2\ s \rightarrow t = 1.2\ s$) :

في هذه المرحلة يكون البيان $v = f(t)$ عبارة عن خط منحني و يمكن القول أن حركة البالونة في هذه المرحلة متسارعة من دون انتظام .

المرحلة الثالثة ($t > 1.2\ s$) :

في هذه المرحلة تبلغ البالونة سرعة حدية ثابتة و نقول أن حركة البالونة في هذه المرحلة مستقيمة منتظمة .

د- قيمتي A و B :

$$A = g\,(1 - \frac{\rho_0}{\rho}) = 9.81\,(1 - \frac{1.3}{4.1}) \approx 6.70$$

لدينا :

$$\frac{dv}{dt} + B\,v = A$$

في النظام الدائم يكون : $\frac{dv}{dt} = 0$ ، $v = v_m$ و منه يصبح لدينا :

$$0 + B\,v_m = A \rightarrow B = \frac{A}{v_m} = \frac{6.70}{2.5} = 2.68$$

3- مناقشة صحة الفرضية :

نلاحظ أن البيان المرسوم من أجل الفرضية الأولى (سحابة النقط) يكون منطبق مع البيان الحقيقي إلا من أجل القيم الصغيرة للسرعة ($0 < v < 1\ m/s$) ، مما يدل على أن الفرضية الأولى صحيحة في هذا المجال من السرعة ، و بعدها تختل الفرضية إذ أن البيانين لا ينطبقان في هذا المجال الذي يكون فيه $v > 1\ m/s$.

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 023

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

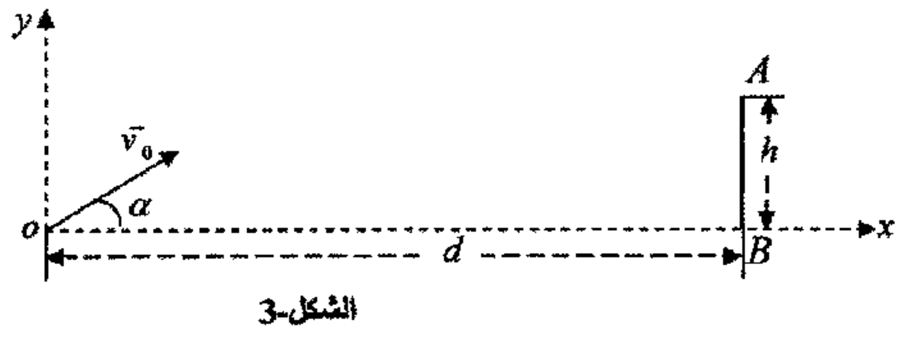
السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2010 – علوم تجريبية) (**)

تؤخذ $g = 10\ m.s^{-2}$ ، مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس مهملتان .

لتنفيذ مخالفة خلال مباراة في كرة القدم ، وضع اللاعب الكرة في النقطة O مكان وقوع الخطأ (نعتبر الكرة نقطية) على بعد $d = 25\ m$ من خط المرمى ، حيث ارتفاع العارضة الأفقية $h = AB = 2.44\ m$.

يقذف اللاعب الكرة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ يصنع حاملها مع الأفق زاوية $\alpha = 30°$ (الشكل-3) .



الشكل-3

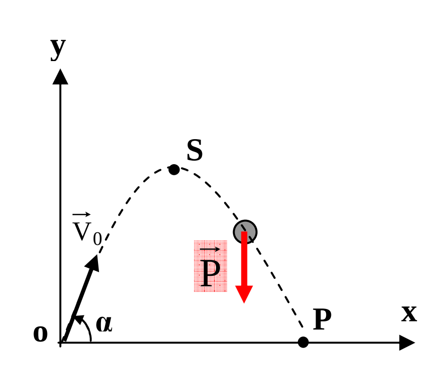
1/ أدرس طبيعة حركة الكرة في المعلم $(\overrightarrow{ox}, \overrightarrow{oy})$ بأخذ مبدأ الأزمنة لحظة القذف ، استنتج معادلة المسار $y = f(x)$

2/ كم يجب أن تكون قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا للعارضة الأفقية (النقطة A) ؟ ما هي المدة الزمنية المستغرقة ؟ و ما هي قيمة سرعتها عند (النقطة A) ؟

3/ كم يجب أن تكون قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا لخط المرمى (النقطة B) ؟

حل التمرين

1- طبيعة الحركة :



- الجملة المدروسة : كرة.
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P_x = m a_x \\ P_y = m a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -P = m a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -m g = m a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

● معادلة المسار :

لدينا سابقا :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفين عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ 0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\, t \end{cases}$$

- من المعادلة $x = f(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2} g\,\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)$$

$$y = -\frac{g}{2{v_0}^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x$$

2- قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا للعارضة الأفقية :

أي حتى يمر من النقطة A و في هذه النقطة لدينا : $x_A = d = 25\ m$ ، $y_A = h = 2.44\ m$ ، بالتعويض في معادلة المسار :

$$2.44 = -\frac{10}{2\,v_0^2(\cos 30°)^2}(25)^2 + (\tan 30 \,.\, 25)$$

$$2.44 = -\frac{4166.7}{v_0^2} + 14.43$$

$$\frac{4166.7}{v_0^2} = 14.43 - 2.44$$

$$\frac{4166.7}{v_0^2} = 12 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4166.7}{12}} = 18.6\ m/s$$

- المدة الزمنية اللازمة :

لدينا $x_A = 25\ m$ بالتعويض في المعادلة $x(t)$:

$$25 = 18.6 \cos 30\ t_A \rightarrow t_A = \frac{25}{18.6 \cos 30} = 1.55\ s$$

- السرعة عند A :

لدينا $t_A = 1.55\ s$ بالتعويض في $\vec{v}(t)$:

$$\vec{v}_A \begin{cases} v_{xA} = 18.6 \cos 30 = 16.1\ m/s \\ v_y = -(10 \,.\, 1.55) + (18.6 \,.\, \sin 30) = -6.2\ m/s \end{cases}$$

$$v_A = \sqrt{(16.1)^2 + (-6.2)^2} = 17.25\ m/s$$

3- قيمة v_0 حتى يسجل الهدف مماسيا لخط المرمى :

أي حتى تمر الكرة من النقطة B و في هذه النقطة لدينا : $x_A = d = 25\ m$ ، $y_A = 0$. بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$0 = -\frac{10}{2\,v_0^2(\cos 30°)^2}(25)^2 + (\tan 30 \,.\, 25)$$

$$\frac{4166.7}{v_0^2} = 14.43 \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4166.7}{14.43}} = 17\ m/s$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 024

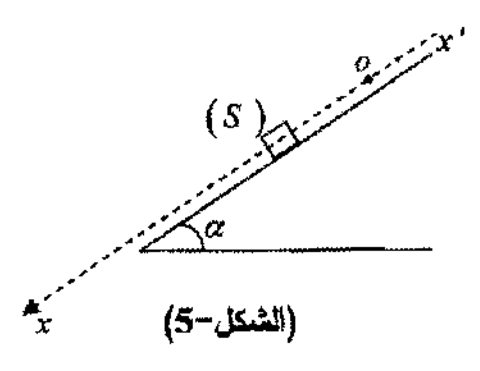
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2010 – رياضيات) (**)

ينزلق جسم صلب (S) كتلته $m = 100\ g$ على طول مستو مائل عن الأفق بزاوية $\alpha = 20°$ وفق المحور $\overrightarrow{xx'}$ (الشكل-5) .

قمنا بالتصوير المتعاقب بكاميرا رقمية (Webcam) ، و علوج شريط الفيديو برمجية "Aviméca" بجهاز الإعلام الآلي و تحصلنا على النتائج التالية :



(الشكل-5)

t(s)	0.00	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12
$v(m.s^{-1})$	v_0	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32

1/ أرسم البيان $v = f(t)$.

2/ باعتماد على البيان :

أ/ بين طبيعة حركة (S) و استنتج القيمة التجريبية للتسارع a .

ب/ استنتج قيمة السرعة v_0 في اللحظة $t = 0$.

جـ/ احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين : $t_1 = 0.04\ s$ و $t_2 = 0.08\ s$.

3/ بفرض أن الاحتكاكات مهملة :

أ/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد العبارة الحرفية للتسارع a_0 ثم أحسب قيمته .

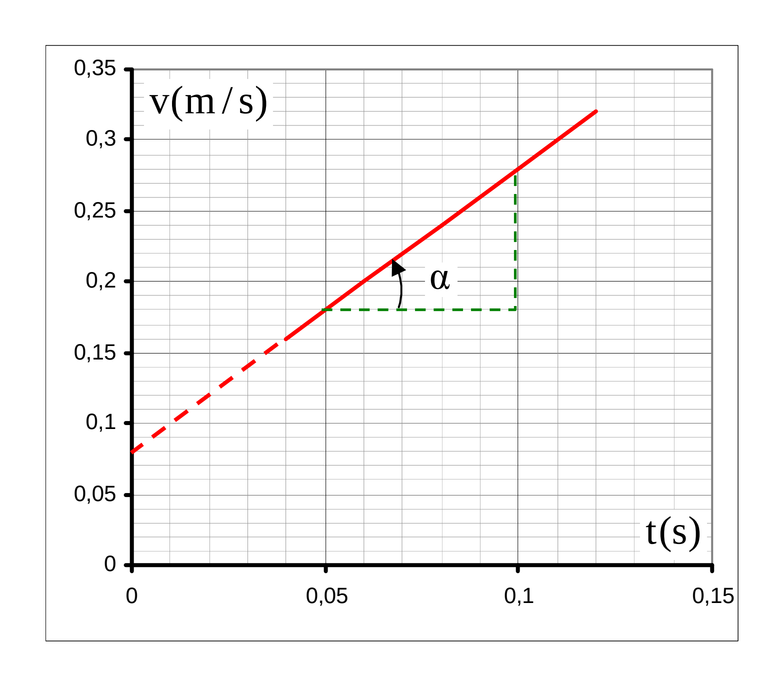
ب/ قارن بين a_0 و a . كيف تبرر الاختلاف ؟

4/ أوجد شدة القوة $\vec{f}$ المنمذجة للاحتكاكات على طول المستوي المائل .

يعطى : $g = 10\ m.s^{-2}$ ، $\sin 20° = 0.34$.

حل التمرين

1- البيان $v = f(t)$:



2- أ- طبيعة الحركة :

البيان $v = f(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$ و حيث أن السرعة تتزايد ، فالحركة إذن مستقيمة متسارعة بانتظام .

- قيمة التسارع :

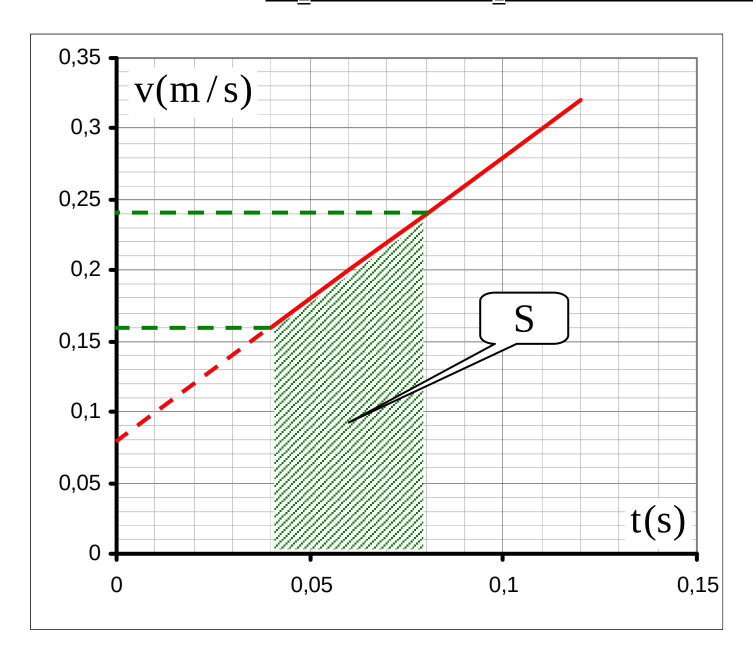
يمثل تسارع الحركة ميل المنحنى البياني (المستقيم) ، فإذا رمزنا لميل هذا المستقيم بـ $\tan\alpha$ يكون :.

$$a = \tan\alpha = \frac{0.28 - 0.18}{0.1 - 0.05} = 2\ m/s^2$$

ب- قيمة v_0 :

بتمديد المنحنى البياني (المستقيم) السابق نحصل على : $v_0 = 0.08\ m/s$ و هي سرعة الجسم (S) عند اللحظة $t = 0$

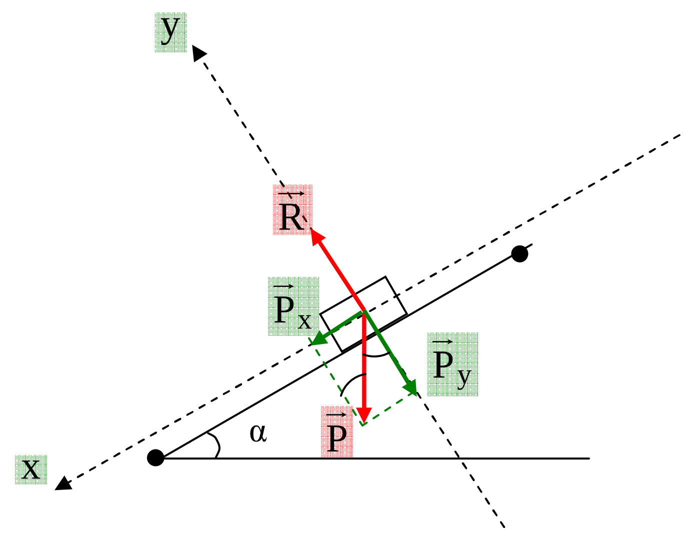
جـ- المسافة المقطوعة بين اللحظتين $t_1 = 0.04\ s$ ، $t_2 = 0.08\ s$:



$$d = S = \frac{ق ك + ق ص}{2} \text{ إ}$$

$$d = S = \frac{(0.16 - 0) + (0.24 - 0)}{2}(0.08 - 0.04) = 8.10^{-3}\ m$$

3- عبارة a_0 :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P_x = m\,a_0 \\ -P_y + R = 0 \end{cases}$$

▪ $\sin\alpha = \frac{P_x}{P} \rightarrow \quad P_x = P\sin\alpha = mg\sin\alpha$

▪ $\cos\alpha = \frac{P_y}{P} \rightarrow \quad P_y = P\cos\alpha = mg\cos\alpha$

يصبح لدينا :

$$\begin{cases} mg\sin\alpha = m\,a_0 \\ -m\,g\cos\alpha + R = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} g\sin\alpha = a_0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\;(1) \\ -m\,g\cos\alpha + R = 0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\;(2) \end{cases}$$

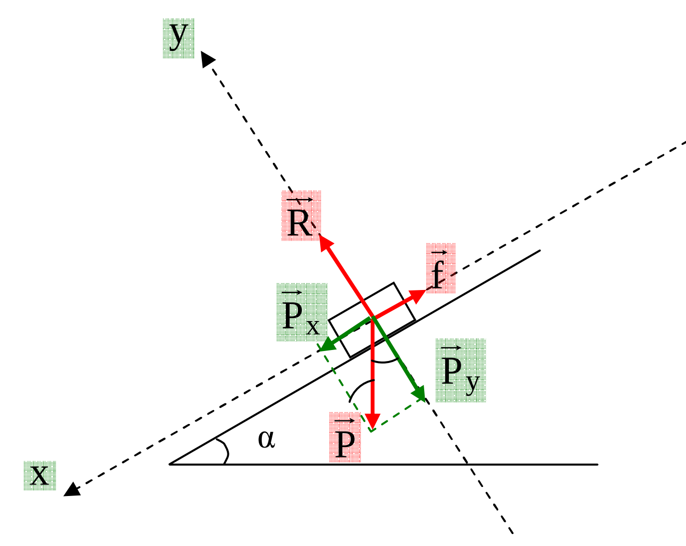
من العلاقة (1) :

$a_0 = g\sin\alpha = 10 \,.\, 0.34 = 3.4\ m/s^2$

- سبب الإختلاف :

نلاحظ أن $a_0 > a$ ، و هذا راجع إلى إهمال قوى الاحتكاك في الدارسة النظرية و التي لم تهمل في الدراسة التجريبية التي نتج عنها الجدول السابق .

-4 شدة قوة الإحتكاك :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) :

$P\sin\alpha - f = m\,a$

$f = P\sin\alpha - m\,a$

$f = mg\sin\alpha - m\,a$

$f = m\,(g\sin\alpha - a)$

$f = 0.1\,(\,(10 \,.\, 0.34\,) - 2\,) = 0.14\ N$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 025

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

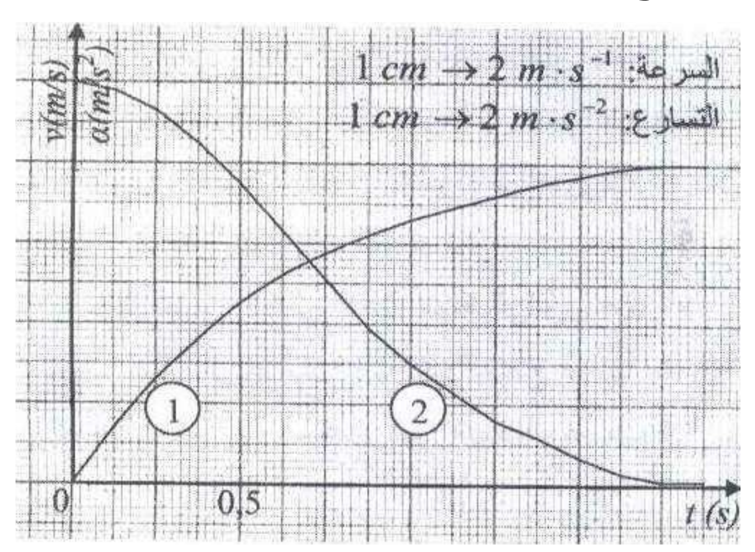
السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - علوم تجريبية) (**)

أثناء حصة الأعمال التطبيقية ، اقترح الأستاذ على تلامذته دراسة سقوط كرية مطاطية شاقوليا في الهواء دون سرعة ابتدائية $v_0 = 0\ m.s^{-1}$ و نمذجة السقوط بطريقة رقمية .

المعطيات : كتلة الكرية $m = 3\ g$ ، نصف قطرها $r = 1.5\ cm$ ، الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1.5\ kg.m^{-3}$.

حجم الكرة : $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، قوة الاحتكاك $f = k\ v^2$ ، $g = 9.8\ m.s^{-2}$.



المطلوب :

1- مثل القوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الكرية خلال مراحل السقوط .

2- باختيار مرجع دراسة مناسب نعتبره غاليليا ، و بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الكرية . اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة .

3- سمحت كاميرا رقمية بمتابعة حركة الكرية و عولج شريط الصور الملتقطة ببرمجية مكنتنا من الحصول على البيانين $a = h(t)$ و $v = f(t)$.

أ- أي المنحنيين يمثل تطور التسارع $a(t)$ بدلالة الزمن ؟ علل .

ب- حدد بيانيا السرعة الحدية v_ℓ .

جـ- علما أن : $v_\ell = \sqrt{\frac{g}{k}(m - \rho_{air} V)}$. أحسب قيمة معامل الاحتكاك k .

حل التمرين

1- تمثيل القوى الخارجية خلال مراحل السقوط :

مرحلة النظام الدائم	المرحلة الانتقالية	مرحلة الانطلاق
$\sum \vec{F} = \vec{0}$	$\sum \vec{F} \neq \vec{0}$	$\sum \vec{F} \neq \vec{0}$
$\vec{f}$ ، $\vec{\Pi}$ ، $\vec{P}$	$\vec{f}$ ، $\vec{\Pi}$ ، $\vec{P}$	$\vec{\Pi}$ ، $\vec{P}$

2- المعادلة التفاضلية للسرعة :

- الجملة المعتبرة : كرية .
- مرجع الدارسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : الثقل $\vec{P} = m\vec{g}$ ؛ دافعة أرخميدس $\vec{\Pi} = -\rho V\vec{g}$ و قوة الإحتكاك $\vec{f}$.

• بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_S \, \vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m_S \, \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية على محور (oz) :

$$P - \Pi - f = m_S \, a_z$$

$$m\,g - \rho_{air} V_S \, g - kv^2 = m\frac{dV}{dt}$$

$$m\frac{dV}{dt} + k\,v^2 = m\,g - \rho_{air} V\,g$$

$$m\frac{dV}{dt} + k\,v^2 = g(\,m - \rho_{air} V\,)$$

3- أ- المنحنى الموافق لتطور التسارع :

بما أن الكرية تركت عند اللحظة t = 0 بدون سرعة ابتدائية أي $(t = 0 \rightarrow v = 0)$ يكون البيان (1) موافق لتطور السرعة و البيان (2) موافق لتطور التسارع .

ب- قيمة السرعة الحدية :

من البيان مباشرة : $v_\ell = 8\ m/s$

جـ- معامل الاحتكاك:

في النظام الدائم يكون : $a = \frac{dv}{dt} = 0$ ، $v = v_\ell$. بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$k\, v_\ell^{\,2} = g(m - \rho_{air} V) \rightarrow k = \frac{g}{v_\ell^2}(m - \rho_{air} V)$$

- $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (1.5.10^{-2})^3 = 1.41.10^{-5}\ m^3$
- $k = \frac{9.8}{(8)^2}(3.10^{-3} - (1.3.1.41.10^{-5})) = 4.56.10^{-4}\ kg/s$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 026

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (**)

يدور كوكب القمر حول الأرض وفق مسار نعتبره دائريا مركزه هو مركز الأرض ، و نصف قطره $r = 384 . 10^3$ km و دوره $T_L = 25.5$ jour .

1- أ- ما هو المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر ؟

ب- احسب قيمة السرعة v لحركة مركز عطالة القمر .

2- المركبة الفضائية أبولو (Apollo) التي حملت رواد الفضاء إلى سطح القمر سنة 1968 ، حلقت في مدار دائري حول القمر على ارتفاع ثابت $h_A = 110$ km .

أ- ذكر بنص القانون الثالث لكبلر .

ب- اوجد عبارة دور المركبة T_A بدلالة h_A و نصف قطر القمر R_L و كتلته M_L ، و ثابت الجذب العام G . احسب قيمته العددية .

3- استنتج مما تقدم نصف القطر r_S للمدار الجيومستقر لقمر اصطناعي أرضي .

المعطيات : $G = 6.67 . 10^{-11}$ N.m^2.kg^{-2} ، كتلة القمر : $M_L = 7.34 . 10^{22}$ kg ،

نصف قطر القمر : $R_L = 1.74 . 10^3$ km ، النسبة $\frac{M_T}{M_L} = 81.3$ حيث M_T كتلة الأرض .

4- يوجد تشابه واضح بين النظامين الكوكبي و الذري ، إلا أنه لا يمكن تطبيق قوانين نيوتن على النظام الذري . بين محدودية قوانين نيوتن .

حل التمرين

1- أ- المرجع الذي تنسب إليه حركة كوكب القمر هو المرجع الجيومركزي (المركزي الأرضي) .

ب- سرعة مركز عطالة القمر :

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

- $T = 25.5 . 24 . 3600 = 2.2032\ 10^6$ s
- $v = \frac{2\pi . 384.10^6}{2.2032.10^6} = 1.10.10^3$ m/s

2- أ- قانون كبلر الثالث :

ينص على ما يلي : " مربع دور كوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن مركز الشمس "

ب- عبارة الدور T_A بدلالة h_A ، R_L ، M_L ، G :

مما سبق يمكن كتابة :

$$T = \frac{2\pi(R_L + h_A)}{v} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 (R_L + h_A)^2}{T^2} \quad .... (1)$$

من جهة أخرى و بتطبيق القانون الثاني على الجملة قمر الخاضع إلى تأثير قوة الجذب العام في مرجع مركزي أرضي نعتبره غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{F}_{T/A} = m\,\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي :

$$F_{T/A} = m\,a_n$$

$$G\frac{M_L.m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v^2 = \frac{GM_L}{(R_L + h_A)} \quad ....(2)$$

من العلاقتين (1) ، (2) :

$$\frac{G.M_L}{(R_L + h_A)} = \frac{4\pi^2 (R_L + h_A)^2}{T^2}$$

$$T^2.G.M_L = 4\pi^2 (R_L + h_A)^3 \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (R_L + h_A)^3}{G.M_L}}$$

- قيمة الدور :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (1.74.10^6 + 110.10^3)^3}{6.67.10^{-11}.7.34.10^{22}}} = 7141.77\,s = 1.98\,h$$

3- نصف القطر r_S لمدار قمر اصطناعي جيومستقر :

القمر الاصطناعي الجيومستقر هو قمر اصطناعي دوره مساوي لدور الأرض أي :

$T_S = T_T = 24\ h = 24\ .\ 3600 = 86400\ s$

و بالاعتماد على العلاقة السابقة للدور يمكن كتابة :

$$T = \sqrt{\frac{4\,\pi^2\, r_S^3}{G.M_T}} \rightarrow T^2 = \frac{4\,\pi^2\, r_S^3}{G.M_T} \rightarrow r^3 = \frac{T^2.G.M_T}{4\,\pi^2}$$

و حيث أن : $\frac{M_T}{M_L} = 81.3$ يكون : $M_T = 81.3\ M_L$ و منه يصبح :

$$r^3 = \frac{T^2\,.G\,.8.31\,M_L}{4\,\pi^2} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{T^2\,.G\,.8.31\,M_L}{4\,\pi^2}}$$

$$r^3 = \sqrt[3]{\frac{(86400)^2\,.6.67\,.10^{-11}\,.\ 81.3\,.7.34\,.10^{22}}{4\,\pi^2}} = 4.22\,.10^7\,m = 4.22\,.10^4\ km$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 027

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

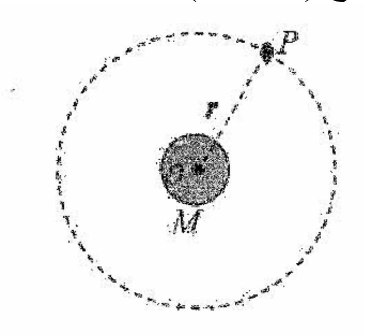
نص التمرين : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (**)

يتصور العلماء في الرحلات المستقبلية نحو كوكب المريخ M وضع محطة لأجهزة الاتصالات مع الأرض على أحد أقمار هذا الكوكب ، مثلا على القمر فوبوس Phobos (P) .

المعطيات : - ثابت التجاذب الكوني : $G = 6.67 . 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$.

- المسافة بين المريخ M و القمر P : $r = 9.38 . 10^3\ km$.
- كتلة المريخ : $m_M = 6.44 . 10^{23}\ kg$ و كتلة Phobos : m_P .
- دور حركة دوران المريخ M حول نفسه : $T_M = 24\ h\ 37\ min\ 22\ s$.

نفرض أن هذه الأجسام كروية الشكل و كتلتها موزعة بانتظام على حجومها و أن حركة هذا القمر دائرية و تنسب إلى مرجع غاليلي مبدؤه O مركز كوكب المريخ (الشكل-3) .



الشكل -3

1- مثل على (الشكل-3) القوة التي يطبقها الكوكب M على القمر فوبوس P .

2- أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن حركة مركز عطالة هذا القمر دائرية منتظمة .

ب- استنتج عبارة سرعة دوران القمر P حول المريخ .

3- جد عبارة دور حركة القمر T_P حول المريخ بدلالة المقادير r ، G ، m_M .

4- اذكر نص القانون الثالث لكبلر و بين أن النسبة :

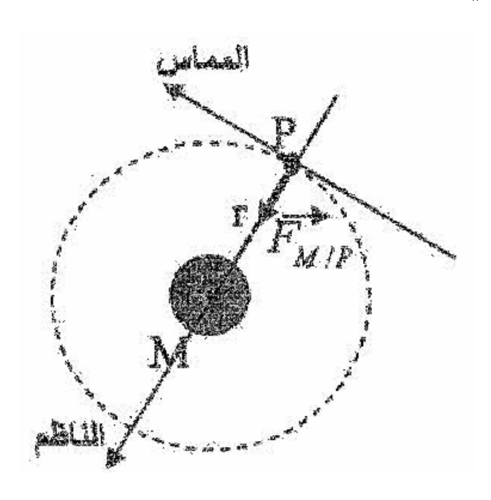
$$\frac{T_P^2}{r^3} = 9.21.10^{-13}\ s^2.m^{-3}$$ ، ثم استنتج قيمة T_P

5- أين يجب وضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ ؟ ما قيمة T_S دور المحطة في مدارها حينئذ .

حل التمرين

1- تمثيل القوة التي يطبقها الكوكب M على القمر P :

- اثبات أن حركة مركز عطالة القمر هي دائرية منتظمة :



- الجملة المدروسة : قمر (P) .
- مرجع الدراسة : مركز كوكب المريخ نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة : $\vec{F}_{M/P}$ قوة جذب الكوكب للقمر P .
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_P\, \vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{M/P} = m_P\, \vec{a}_G \quad \text{............................} \ (1)$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور المماسي :

$$0 = m_P\, a_t$$

$$0 = m_P \frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = 0 \rightarrow v = C^{te}$$

بما أن المسار دائري و السرعة ثابتة تكون طبيعة حركة مركز عطالة القمر P حول المريخ دائرية منتظمة .

ب- سرعة دوران القمر P حول موكب المريخ :

بتحليل العلاقة الشعاعية (1) التي تحصلنا عليها سابقا بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على المحور الناظمي :

$$F = m_P\, a_n$$

$$G \frac{m_P\, m_M}{r^2} = m_P \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G\, m_M}{r}}$$

3- عبارة الدور T_P بدلالة r ، G ، m_M :

لدينا :

$$\bullet\ T_P = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

و مما سبق :

$$\bullet\ v = \sqrt{\frac{G\,m_M}{r}} \rightarrow v^2 = \frac{G\,m_M}{r}$$

إذن :

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G\,m_M}{r}$$

$$T^2.G.m_M = 4\pi^2 r^3 \quad \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{G\,m_M}}$$

4- قانون كبلر الثالث :

ينص على ما يلي : " إن مربع دور كوكب يتناسب طرديا مع البعد المتوسط للكوكب عن الشمس "

- إثبات أن : $\frac{T_P^2}{r^3} = 9.21.10^{-13}$:

مما سبق لدينا :

$$T_P^2.G.m_M = 4\pi^2 r^3 \quad \rightarrow \frac{T_P^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.m_M}$$

$$\frac{T_P^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{6.67.10^{-11}.6.44.10^{23}} \approx 9.21.10^{-13}$$

- قيمة T_P :

$$\frac{T_P^2}{r^3} = 9.21.10^{-13} \rightarrow \quad T_P = \sqrt{9.21.10^{-13}\, r^3}$$

$$T_P = \sqrt{9.21.10^{-13}.(9.38.10^6)^3} = 2.76.10^4\ s = 7.66\ h = 7\ h\ , 39\ min$$

5- موضع محطة الاتصالات S لتكون مستقرة بالنسبة للمريخ :

لكي يكون قمر اصطناعي (S) ثابتا بالنسبة لمحطة في المريخ يجب أن يتواجد مركز المريخ في مستوي المسار الذي يكون عمودي على محور دوران المريخ و يكون القمر الاصطناعي في المستوي الاستوائي للمريخ .

- قيمة الدور T_S :

$T_S = T_M = 24\ h\ ,\ 37\ mi\ ,\ 22\ s$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 028

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (**)

تسقط حبة برد كروية الشكل، قطرها: $D = 3cm$، كتلتها: $m = 13g$، دون سرعة ابتدائية في اللحظة: $t = 0$ من نقطة O ترتفع بـ $1500m$ عن سطح الأرض نعتبرها كمبدأ للمحور الشاقولي (Oz).

أولا: نفرض أن حبة البرد تسقط سقوطا حرا.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جِدْ المعادلتين الزمنيتين لسرعة وموضع G مركز عطالتها.

2- احسب قيمة السرعة لحظة وصولها إلى سطح الأرض.

ثانيا: في الواقع تخضع حبة البرد بالإضافة لقوة ثقلها $\vec{P}$ إلى قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ وقوة احتكاك $\vec{f}$ المتناسبة طردا مع مربع السرعة، حيث: $f = kv^2$.

1- بالتحليل البُعدي حدِّد وحدة المعامل k في النظام الدولي للوحدات.

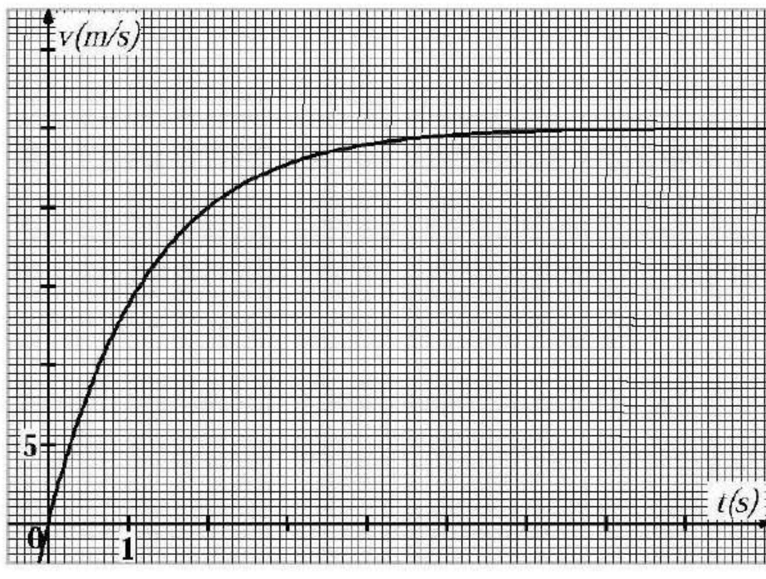
2- اكتب عبارة قوة دافعة أرخميدس، ثمّ احسب شدتها وقارنها مع شدة قوة الثقل. ماذا تستنتج؟

3- بإهمال قوة دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$:

أ- جِدْ المعادلة التفاضلية للحركة، ثمّ بيّن أنه يمكن كتابتها على الشكل: $\frac{dv}{dt} = A - B \cdot v^2$

ب- استنتج العبارة الحرفية للسرعة الحدية v_ℓ التي تبلغها حبة البرد.

جـ- جِدْ بيانيا قيمة السرعة الحدية v_ℓ، ثمّ استنتج قيمة k.

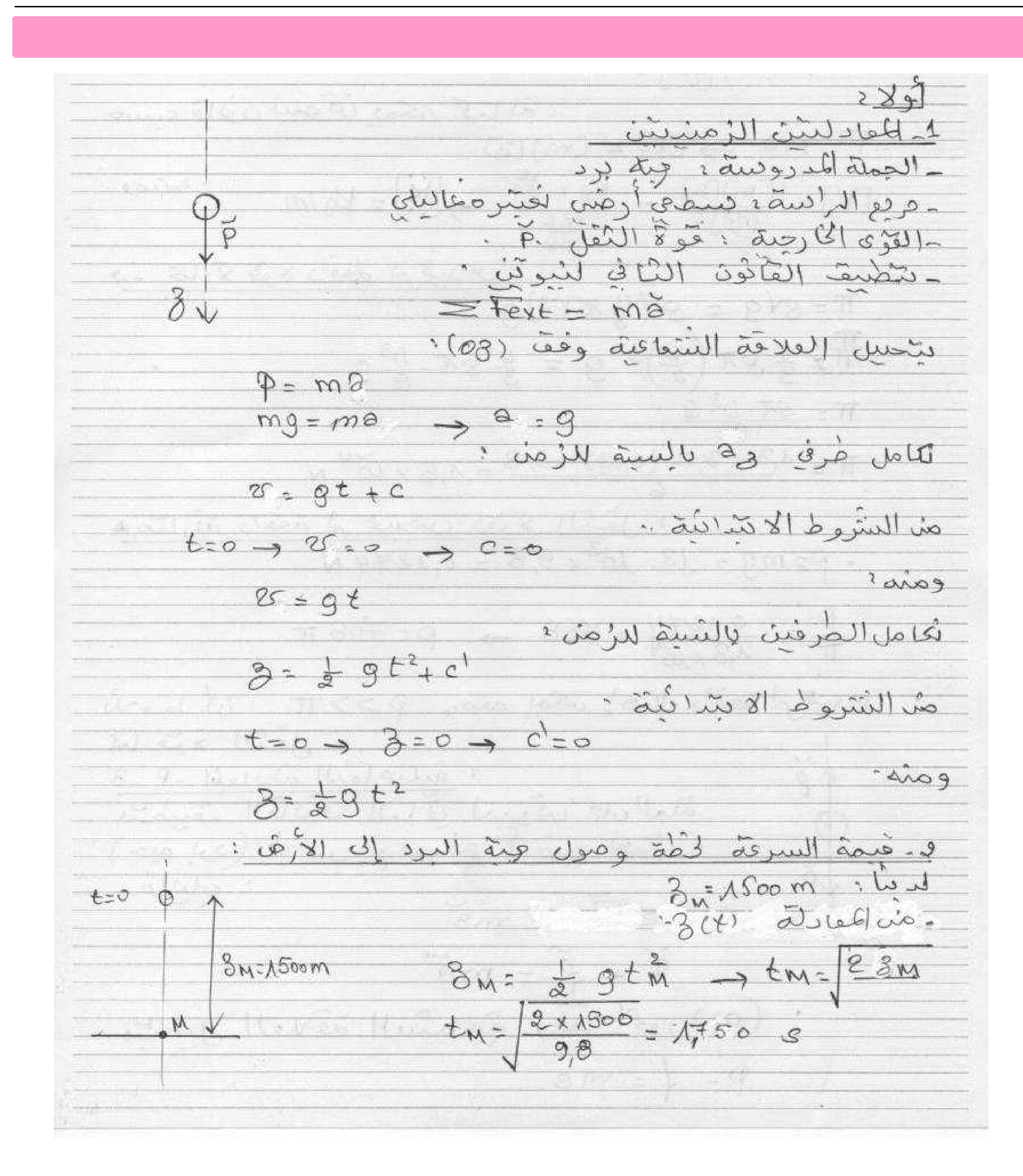


الشكل-4

د- قارن بين السرعتين التي تم حسابهما في السؤالين(أولا-2) و(ثانيا-3-جـ). ماذا تستنتج؟

المعطيات: حجم الكرة: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$، الكتلة الحجمية للهواء: $\rho = 1,3\,kg \cdot m^{-3}$، $g = 9,8\,m \cdot s^{-2}$.

حل التمرين



أولا:

1- المعادلتين الزمنيتين

- الجملة المدروسة: حبة برد
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليليا
- القوى الخارجية: قوة الثقل $\vec{P}$.
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق (Oz):

$$P = ma$$

$$mg = ma \rightarrow a = g$$

تكامل طرفي a_z بالنسبة للزمن:

$$v = gt + c$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow v=0 \rightarrow c=0$$

ومنه:

$$v = gt$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن:

$$z = \frac{1}{2} g t^2 + c'$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow z=0 \rightarrow c'=0$$

ومنه:

$$z = \frac{1}{2} g t^2$$

2- قيمة السرعة لحظة وصول حبة البرد إلى الأرض:

لدينا: $z_M = 1500\ m$

- من المعادلة $z(t)$:

$$z_M = \frac{1}{2} g t_M^2 \rightarrow t_M = \sqrt{\frac{2 z_M}{g}}$$

$$t_M = \sqrt{\frac{2 \times 1500}{9,8}} = 17,50\ s$$

من المعادلة $v(t)$:

$v_M = g t_M$

$v_M = 9,8 \times 17,50 = 171,5 \, m/s$

ثانيا :

1- وحدة K بالتحليل البعدي :

$f = kv^2 \rightarrow K = \frac{f}{v^2}$

$[K] = \frac{[F]}{[v]^2}$

حسب قانون نيوتن يمكن كتابة :

$F = ma \rightarrow [F] = [m][a]$

ومنه :

$[K] = \frac{[m][a]}{[v]^2} = \frac{Kg \times \frac{m}{s^2}}{\frac{m^2}{s^2}} \rightarrow [K] = Kg/m$

2- عبارة قوة دافعة ارخميدس :

$\Pi = \rho V g = \rho\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) g$

$\Pi = \frac{4}{3}\rho\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 \cdot g = \frac{4}{3}\rho\pi \cdot \frac{D^3}{8} g$

$\Pi = \frac{\rho\pi \cdot D^3 \cdot g}{6}$

$\Pi = \frac{1,3 \times 3,14 (0,03)^3 \times 9,8}{6} = 1,8 \times 10^{-4} \, N$

* مقارنة دافعة ارخميدس بقوة الثقل :

$P = mg = 13 \cdot 10^{-3} \times 9,8 = 0,1274 \, N$

$\frac{P}{\Pi} = \frac{0,1274}{1,8 \times 10^{-4}} = 708 \rightarrow P = 708 \, \Pi$

نلاحظ أن $P >> \Pi$ ومنه يمكن إهمال دافعة ارخميدس أمام قوة الثقل

3- المعادلة التفاضلية :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (حبة برد) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (Oz) :

$P - f = ma$

$$mg - Kv^2 = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} = mg - Kv^2$$

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{K}{m}v^2$$

هي من الشكل :

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$$

حيث : $A = g$ ، $B = \frac{K}{m}$

ب- عبارة السرعة الحدية :

في النظام الدائم أين يكون $v = v_e$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ ، يمكن كتابة اعتمادا على المعادلة التفاضلية :

$$g - \frac{K}{m}v_e^2 = 0 \rightarrow g = \frac{K}{m}v_e^2$$

$$v_e = \sqrt{\frac{mg}{K}}$$

جـ- قيمة v_e بيانيا :

من البيان وعند النظام الدائم يكون :

$$v_e = 5 \times 5 = 25 \ m/s$$

* قيمة K :

مما سبق

$$v_e^2 = \frac{mg}{K} \rightarrow K = \frac{mg}{v_e^2}$$

$$K = \frac{13 \times 10^{-3} \times 9{,}8}{(25)^2} = 2 \times 10^{-4} \ Kg/m.$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 029

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)

- نعتبر أن توزع كتلتي الأرض (T) و القمر الإصطناعي (S) ذو تناظر مركزي كروي .
- ينتقل القمر الإصطناعي في مدار دائري حول الأرض ذات نصف القطر R .

1- أرسم شكلا لمدار القمر في مرجع جيو مركزي و مثل قوة التجاذب التي تؤثر بها الأرض على القمر الإصطناعي .

2- يعطى حقل التجاذب الأرض في نقطة M من الفضاء بالعلاقة : $g = G\dfrac{M}{r^2}$.

حيث : M هي كتلة الأرض ، G : ثابت الجذب العام و المقدر بـ $G = 6.67 . 10^{-11}\ N.m^2/Kg^2$

r : بعد النقطة M من مركز الأرض .

حدد عبارة g بدلالة g_0 (حقل التجاذب على سطح الأرض) و R نصف قطر الأرض و r .

3- أ- طبق القانون الثاني لنيوتن على القمر الإصطناعي في المرجع الجيو مركزي المعتبر غاليليا و عبر عن تسارع مركز عطالة القمر بدلالة g_0 ، R ، r .

ب- لتكن v سرعة القمر على مداره . أعط خصائص شعاع سرعة مركز عطالة القمر الاصطناهي المتحرك بحركة دائرية منتظمة . معبرا عن شدته بدلالة : g_0 ، r ، R .

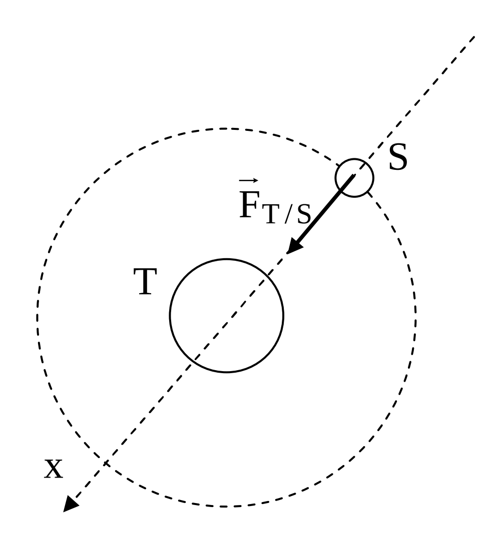
جـ- عبر عن دور حركة القمر الاصطناعي T بدلالة π ، r ، R ، g_0 .

4- عرف منذ القدم أن $r = 60\ R$ و أن دور القمر $T = 27j\ ,\ 7h\ ,\ 43\ min$. استطاع جان بيكار سنة 1670 بطريقة مثلثية من تحديد قيمة R و المساوية $6370\ Km$ و في سنة 1686 استعمل اسحاق نيوتن هذه النتيجة من أجل تحديد قيمة g_0 ، عبر عن v بدلالة T ، r ثم أوجد قيمة g_0 المحددة من طرف اسحاق نيوتن .

5- قاس كافنديش سنة 1798 قيمة G بواسطة ميزان الفتل فحصل على $G = 6.670 . 10^{-11}\ Nm^2/Kg^2$. أحسب كتلة الأرض باستخدام المعطيات : $g_0 = 9.81\ m/s^2$ ، $R = 6370\ Km$.

حل التمرين

1- رسم المدار و تمثيل القوة :



2- عبارة g بدلالة g_0 :

- في نقطة كيفية M من الفضاء يكون :

$$g = G\frac{M}{r^2} \quad .... (1)$$

- في نقطة من سطح الأرض أين يكون r = R يمكن كتابة :

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} \quad .... (2)$$

- بقسمة (1) على (2) نجد :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{G\frac{M}{r^2}}{G\frac{M}{R^2}} = \frac{R^2}{r^2} \rightarrow g = g_0\frac{R^2}{r^2}$$

3- أ- عبارة التسارع :

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum\vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}_G$$

و بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور ناظمي يشمل مركزي الأرض و القمر الاصطناعي و متجه نحو مركز الأرض يكون :

$$F_{T/S} = m\,a_G$$

$$m\,g = m\,a_G \;\rightarrow\; a_G = g = g_0 \frac{R^2}{r^2}$$

ب- خصائص شعاع السرعة :

- الحامل : مماسي للمسار الدائري .
- الجهة : جهة الحركة .
- الشدة :

لدينا سابقا :

$$a_G = g_0 \frac{R^2}{r^2}$$

و كون أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة أين يكون $a_G = \frac{v^2}{r}$ يمكن كتابة :

$$\frac{v^2}{r} = g_0 \frac{R^2}{r^2} \rightarrow \; v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}}$$

جـ- عبارة T بدلالة π ، r ، R ، g_0 :

لدينا من جهة :

$$v = \sqrt{\frac{g_0 R^2}{r}} \rightarrow \; v^2 = \frac{g_0 R^2}{r}$$

ومن جهة ثانية :

$$T = \frac{2\pi\, r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi\, r}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2\, r^2}{T^2}$$

ومنه يمكن كتابة :

$$\frac{g_0 R^2}{r} = \frac{4\pi^2\, r^2}{T^2}$$

$$T^2\, g_0\, R^2 = 4\pi^2\, r^3 \rightarrow \; T = \sqrt{\frac{4\pi^2\, r^3}{g_0 R^2}}$$

4- قيمة g_0 :

من عبارة الدور السابقة يكون :

$$T^2 = \frac{4\pi^2\, r^3}{g_0\, R^2} \;\rightarrow\; g_0 = \frac{4\pi^2\, r^3}{T^2\, R^2}$$

$$T = (27 \,.\, 24 \,.\, 3600) + (7 \,.\, 3600) + (43 \,.\, 60) \approx 2.36 \,.\, 10^6 \text{ s}$$

$$g_0 = \frac{4\pi^2\,(60 \,.\, 6370 \,.\, 10^3)^3}{(2.36 \,.\, 10^6)^2 \;.\, (6370 \,.\, 10^3)^2} = 9.74 \text{ m/s}^2$$

5- كتلة الأرض :

لدينا مما سبق :

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} \rightarrow \quad M = \frac{g_0 R^2}{G}$$

$$M = \frac{9.81\,.(6370\,.10^3)^2}{6.67\,.10^{-11}} \approx 5.97\,.10^{24}\ \text{kg}$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 030

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

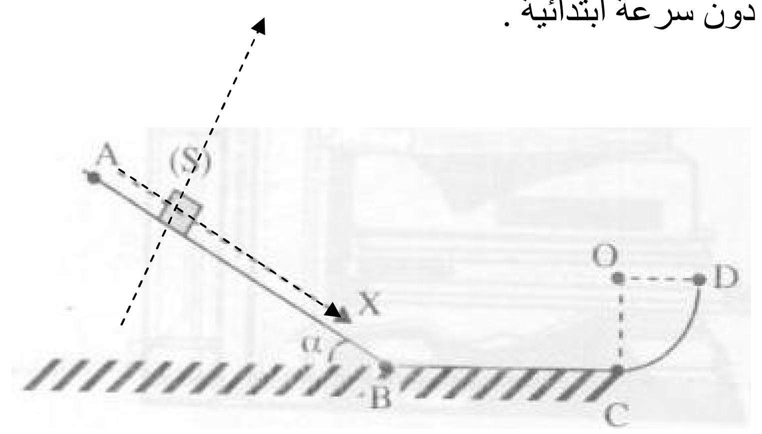
السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)

يتحرك جسم صلب (S) نعتبره نقطيا كتلته $m = 10\ kg$ ، انطلاقا من الموضع A مرورا بالمواضع B ، C ، D التي تقع في مستوي شاقولي (الشكل) حيث :

- (AB) مستوي مائل ، يميل عن المستوي الأفقي (BC) بزاوية α .
- (CD) ربع دائرة مركزها O و نصف قطرها $R = 8.75\ m$.

ينطلق (S) من الموضع A دون سرعة ابتدائية .



1- يخضع (S) على طول المسار (AB) إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ ، و عبارة تسارعه من الشكل :

$$a = 0.5\ g - 2 \quad (m.s^{-2})$$

أ- مثل القوى المطبقة على (S) أثناء انتقاله من الموضع A إلى الموضع B .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، عين قيمتي كل من α ، f .

2- تهمل كل المقاومات في المسارين (BC) و (CD) : يصل (S) إلى الموضع D بسرعة $v_D = 15\ m.s^{-1}$.

أ- باعتبار الجملة (الجسم (S) + الأرض) ، مثل الحصيلة الطاقوية بين A و B ثم بين B و C و كذلك بين C و D .

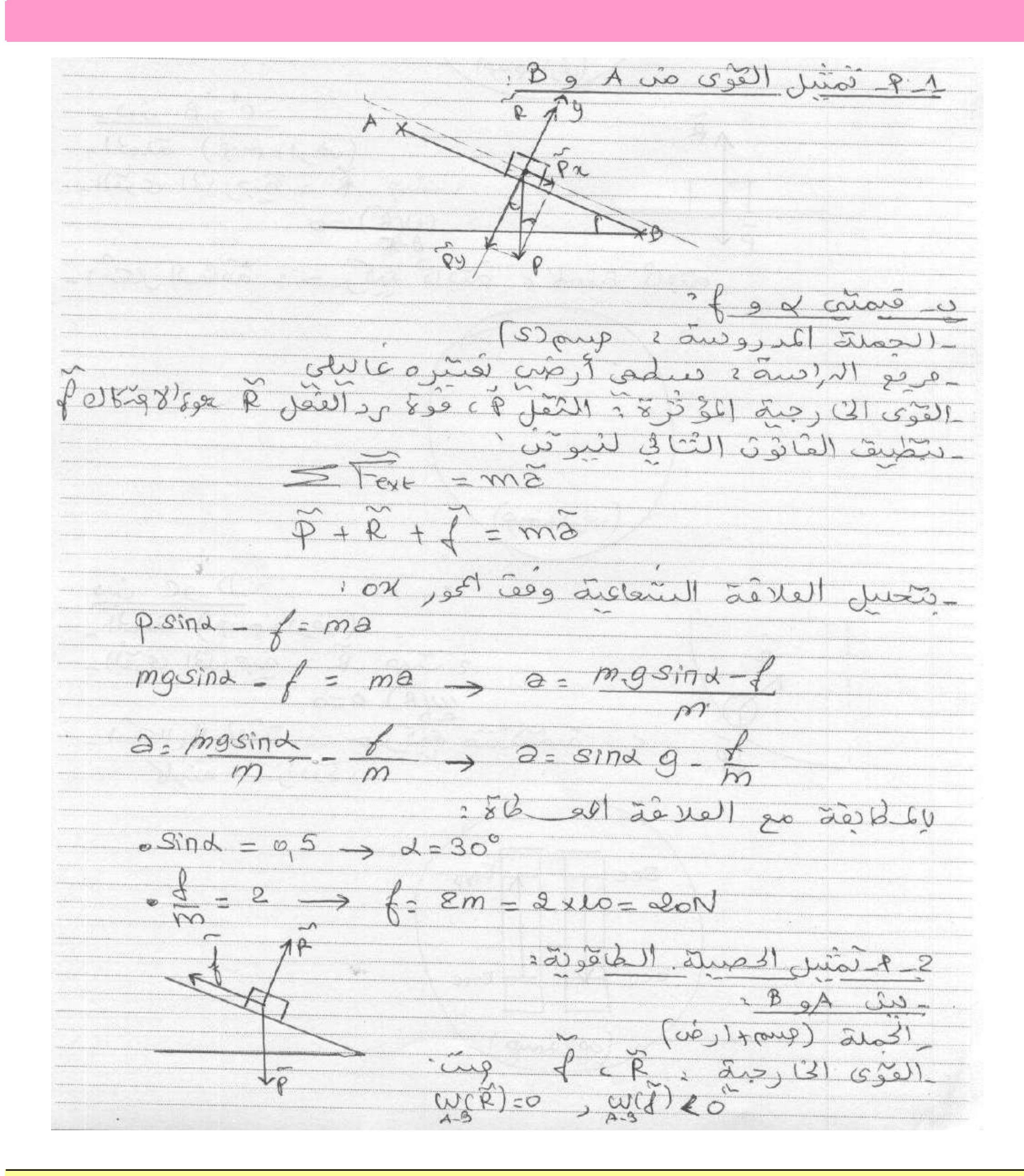
ب- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض) بين الموضعين C و D عين قيمتي سرعة مركز عطالة (S) عند الموضع C . نعتبر المستوي الأفقي المار من الموضع C مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .

3- يغادر الجسم (S) الموضع D .

أ- ادرس طبيعة حركة (S) بعد مغادرة (S) الموضع D ، و أكتب المعادلتين $v(t)$ ، $z(t)$ ، باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة مغادرة الجسم (S) الموضع D .

ب- بعد كم من الزمن يعود (S) إلى للموضع D .

حل التمرين


1- أ- تمثيل القوى من A و B :

ب- قيمتي α و f :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox :

$$P\sin\alpha - f = ma$$

$$mg\sin\alpha - f = ma \rightarrow a = \frac{mg\sin\alpha - f}{m}$$

$$a = \frac{mg\sin\alpha}{m} - \frac{f}{m} \rightarrow a = \sin\alpha\, g - \frac{f}{m}$$

بالمطابقة مع العلاقة المعطاة :

- $\sin\alpha = 0,5 \rightarrow \alpha = 30°$
- $\frac{f}{m} = 2 \rightarrow f = 2m = 2\times 10 = 20N$

2- أ- تمثيل الحصيلة الطاقوية :

- بين A و B :

الجملة (جسم + أرض)

- القوى الخارجية : $\vec{R}$ ، $\vec{f}$ حيث

$W_{A-B}(\vec{R}) = 0$, $W_{A-B}(\vec{f}) < 0$

- اشكال الطاقة : حركية متزايدة ، كامنة متناقصة .

(جسم+ارض)

E_{CB} E_{CA} E_{PPA} E_{PPB} $W_{A\to B}(\vec{P})$

- بين B و C :
- الجملة (جسم+ارض)
- القوى الخارجية : $\vec{R}$ حيث :
$W_{B\to C}(\vec{R})=0$
- اشكال الطاقة : حركية ثابتة ، كامنة ثابتة

(جسم+ارض)

- بين C و D :
- الجملة (جسم+ارض)
- القوى الخارجية : $\vec{R}$ حيث :
$W_{CD}(\vec{R})=0$
- اشكال الطاقة : حركية متناقصة ، كامنة متزايدة .

E_{CC} E_{CD} E_{PPD} E_{PPC}

(جسم+ارض)

- السرعة عند C :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض) بين C و D :

$$E_C + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_D$$

بالاعتماد على الحصيلة الطاقوية السابقة بين C و D :

$$E_{CC} + E_{PPC} = E_{CD} + E_{PPD}$$

- $E_{CC} = \frac{1}{2} m v_C^2$
- $E_{PPC} = 0$ (تنتمي إلى المستوى المرجعي)
- $E_{PPD} = m g z_D = m g R$

يصبح :

$$\frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} m v_D^2 + m g R$$

$$v_C^2 = v_D^2 + 2 g R \rightarrow v_C = \sqrt{v_D^2 + 2 g R}$$

$$v_C = \sqrt{(15)^2 + (2 \times 10 \times 8{,}75)} = 20 \, m/s$$

3-8- دراسة حركة (S) بعد مغادرة D :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{P} = m \vec{a}_G$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق oz :

$$-P = ma$$

$$-mg = m a_z \rightarrow a_z = -g$$

g ثابت ومنه a تكون ثابت ، إذن طبيعة حركة مركز عطالة (S) بعد مغادرته (D) مستقيمة متغيرة بانتظام .

- المعادلتين $v(t)$ ، $z(t)$:

لدينا سابقا :

$$a_z = -g$$

- نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$v_z = -gt + C_1$$

- من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow v = v_D$$

بالتعويض :

$$v_D = -g(0) + C_1 \rightarrow C_1 = v_D$$

يصبح :

$$v_z = -gt + v_D$$

- نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_D t + c$

- من الشروط الابتدائية :

$t = 0 \rightarrow z = 0 \longrightarrow c = 0$

يصبح :

$$z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_D t$$

ب- لحظة رجوع (S) إلى D :

عند D يكون $z_D = 0$ ، بالتعويض في المعادلة $z(t)$:

$0 = -\frac{1}{2} g t_D^2 + v_D t_D$

$\frac{1}{2} g t_D^2 = v_D t_D \rightarrow t_D = \frac{2 v_D}{g}$

$t_D = \frac{2 \times 15}{10} = 3 s$

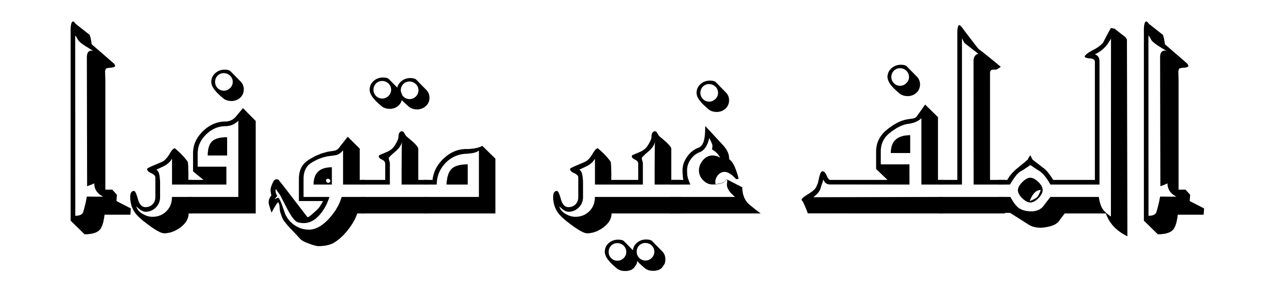
تمارين مقترحة

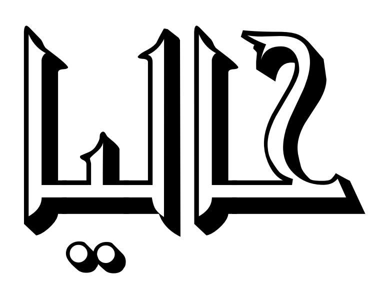
www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 031 المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)





في أقرب وقت إن شاء اللّه

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 032

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)

تدفع كرة كتلتها m نعتبرها نقطة مادية مركز عطالتها G على طاولة أفقية ، عند وصولها حافة الطاولة تندفع في الهواء بسرعة أفقية $\vec{v}_0$.

نعتبر مبدأ الفواصل O و الأزمنة t =0 لحظة تحرر الكرة من الطاولة .

1- ما هو المرجع المناسب لدراسة حركة الكرة ؟

2- اعتمادا على القانون الثاني لنيوتن :

أ- عين طبيعة مسقط حركة الكرة وفق المحورين (ox) و (oy) .

ب- أوجد المعادلتين الزمنيتين للحركة x(t) ، y(t) ، ثم استنتج معادلة المسار .

3- تم التصوير المتعاقب خلال مجالات زمنية نفسها τ = 40 ms لحركة الكرة عند تحررها من الطاولة ، عولجت الصور ببرمجية مناسبة و تحصلنا على النتائج التالية :

t (ms)	0	40	80	120	160	200
x (m)	0	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
y (m)	0	0.008	0.032	0.072	0.128	0.200

أ- أرسم المنحنى البياني لكل من : x(t) و $y(x^2)$.

ب- استنتج من البيانين السابقين :

- قيمة السرعة الابتدائية v_0 .
- قيمة الجاذبية g .

حل التمرين

1- المرجع المناسب لدراسة الحركة : هو مرجع المخبر (سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

2- أ- طبيعة الحركة وفق المحور ox ، oy :

- الجملة المدروسة : كرة
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق ox ، oy :

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ P = ma_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

g ثابتة ومنه :

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

ب- المعادلتين الزمنيتين $x(t)$ ، $y(t)$:

لدينا سابقا :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

- تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = gt + c_2 \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 = c_1 \longrightarrow c_1 = \\ 0 = g(0) + c_2 \rightarrow c_2 = \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} x = v_0 t + c_1' \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + c_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \longrightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \rightarrow c_1' = 0 \\ y = 0 \rightarrow c_2' = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0}$ بالتعويض في $y(t)$:

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{v_0^2}\right) \rightarrow y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

3 - أ - المنحنيين $x(t)$ ، $y(x^2)$:

y(m)x10^-3
25
0,125
x²(m²)
x(m)
0,2
25
t(ms)

$x^2 (m^2)$	0	0,40	0,16	0,36	0,64	1,00
$y (m)$	0	0,008	0,032	0,072	0,128	0,200

ب - قيمة السرعة الابتدائية :

- من البيان $x(t)$ لدينا :

$$x = K t$$

حيث K هو معامل التوجيه (الميل)

- نظريا ومما سبق لدينا:

$x = v_0 t$

بالمطابقة نجد:

$v_0 = K$ (الميل)

- نحسب K من البيان:

$K = \frac{1}{0,2} = 5$

إذن: $v_0 = 5 m/s$

* قيمة الجاذبية g :

- من البيان $y(x^2)$ لدينا:

$y = K x^2$

- نظريا ومما سبق لدينا:

$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$

بالمطابقة نجد:

$\frac{g}{2v_0^2} = K' \rightarrow g = 2v_0^2 K'$

- نحسب K' من البيان:

$K' = \frac{0,20}{1} = 0,2$

إذن:

$g = 2(5)^2 \times 0,2 = 10 m/s^2$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

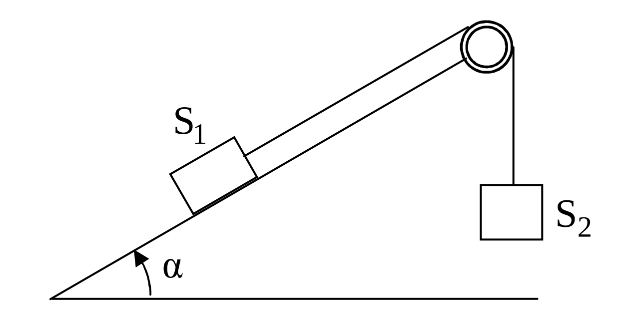
3AS U05 - Exercice 033

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)

لتكن الجملة الميكانيكية المبينة في الشكل المقابل ، و المتكونة من بكرة مهملة الكتلة ، خيط عديم الإمتطاط و مهمل الكتلة أيضا ، جسمين صلبين (S_1) ، (S_2) نعتبر هما نقطيين ، كتلتهما $m_1 = 600\ g$ ، $m_2 = 400\ g$ على الترتيب .
في اللحظة $t = 0$ و من نقطة O نعتبر ها مبدأ للفواصل ينطلق الجسم (S_2) من السكون و يجر معه الجسم (S_1) الذي يتحرك على مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$.



1- مثل القوى المؤثرة على كل من (S_1) ، (S_2) .
2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن تسارع كل من (S_1) ، (S_2) يعطى بالعلاقة التالية :

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g$$

3- عند اللحظة $t_1 = 0.5\ s$ يقطع الجسم (S_2) مسافة شاقولية x_1 و تكون عنده الطاقة الحركية هي E_{C1} .
أحسب x_1 ثم E_{C1} .
4-أ- كيف تصبح حركة الجسم S_2 بعد انقطاع الخيط في اللحظة t_1 .
ب- أحسب لحظة وصول الجسم (S_2) إلى الأرض علما أنه في اللحظة t_1 كان على ارتفاع $h = 0.875\ m$ من سطح الأرض .
يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

حل التمرين



1- تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على (S_2)، (S_1)

2- عبارة التسارع:

- مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليليا

الجسم (S_1):

القوى الخارجية: الثقل $\vec{P_1}$، قوة التوتر $\vec{T_1}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F_{ex}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P_1}+\vec{T_1}+\vec{R}=m_1\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين ox، oy:

$$\begin{cases} -P\sin\alpha + T_1 = m_1 a_x \quad \text{......} (1) \\ -P\cos\alpha + R = 0 \quad \text{......} (2) \end{cases}$$

الجسم (S_2)

القوى الخارجية: الثقل $\vec{P}$، قوة التوتر $\vec{T_2}$

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F_{ex}} = m\vec{a}$$

$$\vec{P_2}+\vec{T_2}=m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox:

$$P_2 - T_2 = m_2 a_2 \quad \text{......} (3)$$

بجمع ① و ② نجد و بالأخذ بعين الاعتبار نجد :

$$T_1 = T_2$$

$$-P_1 \sin\alpha + T_1 - P_2 - T_2 = (m_1+m_2)\,a_x$$

$$(m_1+m_2)\,a_x = P_2 - P_1 \sin\alpha$$

$$(m_1+m_2) = m_2 g - m_1 g \sin\alpha$$

$$a_x = a = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{(m_1 + m_2)} g$$

3 - قيمة x_1 :

$$a = \frac{0{,}4 - (0{,}6 \cdot \sin 30)}{0{,}4 \times 0{,}6} \times 10$$

$$a = 1\, m/s$$

- نكامل طرفي a_x :

$$V_x = at + C_1$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow V_x = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

يصبح :

$$V_x = at = V$$

نكامل طرفي V_x بالنسبة للزمن :

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + C_2$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

يصبح

$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

عند اللحظة t_1 قطع الجسم (S_2) مسافة x_1 بالتعويض في $x(t)$ عند :

$$x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2$$

$x_1 = 0.5 \times 1 (0.5)^2 = 0.125 m$

- قيمة E_{c1} :

$E_{c1} = \frac{1}{2} m V_1^2$

بتعويض $t = 0.5 s$ في $V(t)$:

$V_1 = 1(0.5) = 0.5 m/s$

قيمة :

$E_{c1} = 0.5 \times 0.4 (0.5)^2 = 0.05 J$

4- حركة (S_2) بعد انقطاع الخيط عند t_1 :

قبل انقطاع الخيط لدينا :

$a = \frac{m_2 - m_1 \sin\alpha}{m_1 + m_2} \cdot g$

وبعد انقطاع الخيط أي انفصال (S_1) عن (S_2)

وبوضع $(m_1 = 0)$ تصبح عبارة تسارع الجسم (S_2) كما يلي

$a = \frac{m_2}{m_2} g = g$

اذن حركة (S_2) بعد انقطاع الخيط هي حركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

ب- لحظة وصول (S_2) الى سطح الأرض

~~(لدينا سابقا قبل انقطاع الخيط)~~

نكتب المعادلة الزمنية $x(t)$ ، $V(t)$ بعد انقطاع الخيط ، نعتبر مبدأ الأزمنة والفواصل عند موضع انقطاع الخيط :

$V_0 = V_1 = 0.5 m/s$

لدينا :

$a = g$

نكامل طرفي a بالنسبة للزمن :

$V = gt + C_1$

من الشروط الابتدائية

$t = 0 \rightarrow V = V_0 \rightarrow C_1 = V_0$

يصبح :

$$\boxed{V = gt + V_0}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن

$x = \frac{1}{2} g t^2 + V_0 t + C_2$

من الشروط الابتدائية :

$t = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow C_2 = 0$

يصبح :

$x_2 = \frac{1}{2} g t^2 + V_0 t$

باعتبار t_2 لحظة وصول (S_2) الى الأرض يكون $x_2 = h = 0{,}875 m$

$t = 0 \rightarrow x = 0$ انقطاع الخيط

$h = 0{,}875 m$

$t_1 = ?$, $x_1 = h$

بالتعويض في $x(t)$:

$x_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 + V_0 t_2$

$0{,}875 = 0{,}5 \times 10 t_2^2 + 0{,}5 t_2$

$5 t^2 + 0{,}5 t_2 - 0{,}875 = 0$

$\sqrt{\Delta} = 4{,}2$

$t = 0{,}37 s$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

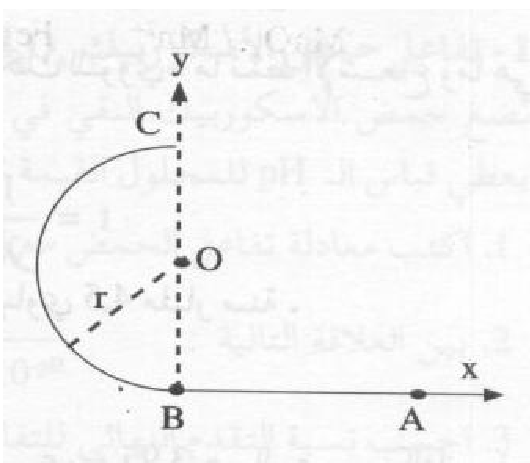
3AS U05 - Exercice 034

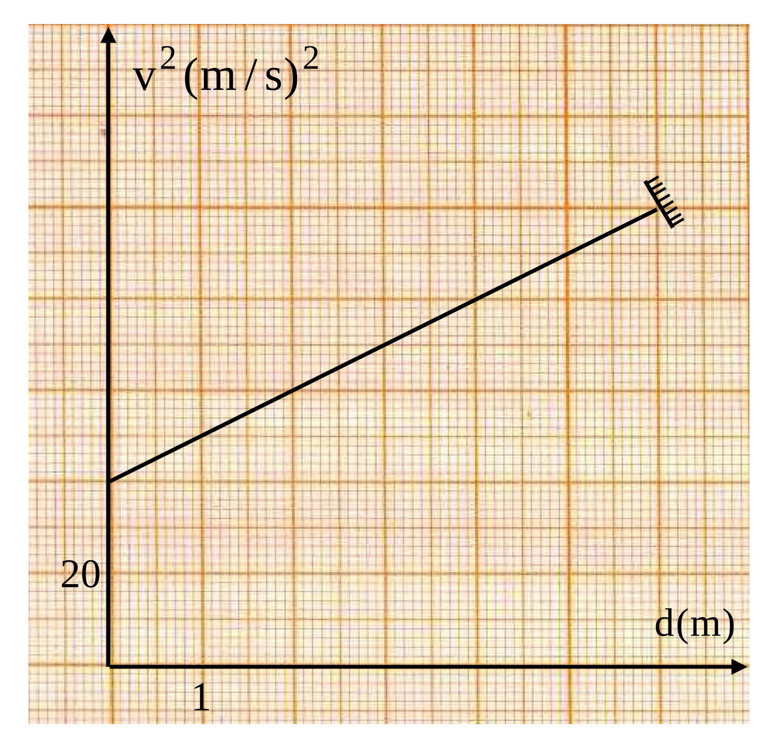
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)

ينتقل جسم نقطي (S) كتلته $m = 5\ kg$ من موضع A بسرعة ابتدائية v_0 باتجاه موضع B وفق مسار أفقي مستقيم AB ، يخضع على طول هذا الجزء من المسار لقوة محركة أفقية $\vec{F}$ و قوى احتكاك تكافئ قوة وحيدة ثابتة شدتها $f = 20\ N$ ، و عند مروره بالموضع B عند اللحظة $t = 6\ s$ يصادف مسار دائري نصف قطره $R = 2.1\ m$ (الشكل) .





يمثل البيان الموضح في الشكل التالي تغيرات مربع السرعة v^2 بدلالة المسافة المقطوعة d ، بين الموضع A و موضع كيفي M .

1- أكتب العلاقة الرياضية للبيان .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أدرس طبيعة حركة الجسم (S) على المسار AB .

3- أوجد العلاقة النظرية التي تعبر عن v^2 بدلالة d .

4- بمقارنة العلاقتين السابقتين ، أوجد :

- قيمة v_0 ، سرعة الجسم النقطي (S) عند مروره بالموضع A .
- قيمة F شدة القوة المحركة .

5- بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم + أرض) ، أوجد قيمة السرعة v_C عند الموضع C .

نعتبر المستوى الأفقي AB مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية . يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

حل التمرين

1- المعادلة الرياضية للبيان :

المنحنى $v=f(t)$ عبارة عن مستقيم لا يمر من المبدأ معادلته من الشكل :

$$v^2 = Ad + B \quad \text{---------(1)}$$

حيث : A هو ميل المستقيم (معامل التوجيه)

2- طبيعة حركة (S) :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره عطاليا
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، القوة المحركة $\vec{F}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} + \vec{R} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية على المحور ox :

$$F - f = ma \rightarrow a = \frac{F-f}{m}$$

F ، f ، m ثوابت ومنه a ثابت ، وكون أن المسار مستقيم تكون طبيعة حركة مركز عطالة (S) مستقيمة متغيرة بانتظام .

3- عبارة v^2 بدلالة d :

لدينا :

$$v^2 - v_0^2 = 2ad$$

ومن عبارة التسارع السابقة نكتب :

$$v^2 - v_0^2 = \frac{2(F-f)d}{m}$$

$$v^2 = \frac{2(F-f)}{m}d + v_0^2 \quad \text{---------(2)}$$

4- قيمتي F و v_0 :

بمقارنة العلاقة النظرية (2) بالعلاقة الرياضية (1) :

- $\frac{2(F-f)}{m} = A \rightarrow 2(F-f) = Am$

$2F - 2f = Am \rightarrow F = \frac{A \times m + 2f}{2}$

- $v_0^2 = B \rightarrow v_0 = \sqrt{B}$

من البيان :

- $A = \frac{3 \times 20}{6 \times 1} = 10$
- $B = 40$

إذن :

- $F = \frac{(10 \times 5) + (2 \times 20)}{2} = 45N$

سرعة الجسم (S) عند B :

بما أن الجسم النقطي (S) وصل إلى الموضع B عند اللحظة $t = 6s$ يكون بالإسقاط في البيان :

$v_B^2 = 5 \times 20 = 100 \rightarrow v_B = 10 m/s$

5- سرعة الجسم (S) عند C :

- الجملة المدروسة : (جسم (S) + أرض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره عطالي
- القوى الخارجية المؤثرة : قوة رد الفعل $\vec{R}$
- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و C :

2R, C, B, مم

$E_B + E_{مكتسبة} - E_{مفقودة} = E_C$

$E_{CB} + E_{PPB} + W_{B-C}(\vec{R}) = \quad + E_{PPC}$ (مع $W(\vec{R}) = 0$)

- $E_{CB} = \frac{1}{2} m v_B^2$
- $E_{PPB} = 0$ (B تنتمي إلى المستوى المرجعي)
- $E_{CC} = \frac{1}{2} m v_C^2$
- $E_{PPC} = mgz_C = mg(2R) = 2mgR$

يصبح لدينا :

$\frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2} m v_C^2 + 2mgR$

$v_B^2 = v_C^2 + 4gR \rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 - 4gR}$

$v_C = \sqrt{(10)^2 - 4 \times 10 \times 2{,}1} = 4 m/s$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 035

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

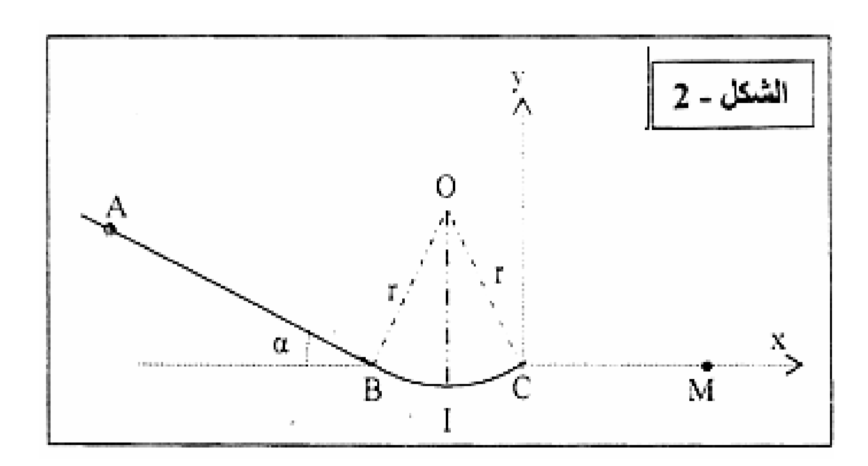
نص التمرين : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (***)

ملاحظة : نهمل تأثير الهواء و كل الاحتكاكات .

يترك جسم نقطي (S) ، دون سرعة ابتدائية من النقطة A لينزلق وفق خط الميل الأعظم AB لمستو مائل يصنع مع الأفق زاوية $\alpha = 30°$. المسافة $(AB = L)$.

يتصل AB مماسيا في النقطة B بمسلك دائري (BC) مركزه (O) و نصف قطره (r) بحيث تكون النقاط A ، B ، C ، O ضمن نفس المستوي الشاقولي و النقطتان B ، C على نفس المستوي الأفقي (الشكل-2) .

يعطى : كتلة الجسم (S) $m = 0.2\ kg$ ، $g = 10\ m/s^2$ ، $L = 5\ m$ ، $r = 2\ m$.



1- أوجد عبارة سرعة الجسم (S) عند مروره بالنقطة B بدلالة L ، g ، α ثم أحسب قيمتها .

2- حدد خصائص شعاع السرعة للجسم (S) في النقطة C .

3- أ) أوجد بدلالة m ، g ، α عبارة شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) خلال انزلاقه على المستوي المائل . أحسب قيمتها .

ب) لتكن I أخفض نقطة من المسار الدائري (BC) . يمر الجسم (S) بالنقطة I بالسرعة $v_1 = 7.37\ m/s$. أحسب شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) عند النقطة I .

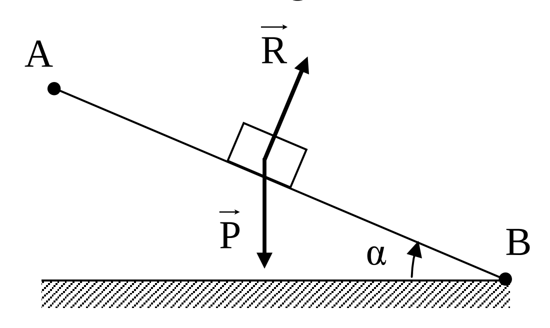
4- عند وصول الجسم (S) إلى النقطة C يغادر المسار (BC) ليقفز في الهواء .

أ) أوجد في المعلم $(\overrightarrow{Cx}, \overrightarrow{Cy})$ المعادلة الديكارتية $y = f(x)$ لمسار الجسم (S) . نأخذ مبدأ الأزمنة $(t = 0)$ لحظة مغادرة الجسم النقطة C .

ب) يسقط الجسم (S) على المستوي الأفقي المار بالنقطتين B ، C في النقطة M . أحسب المسافة CM .

حل التمرين

1- عبارة سرعة (S) عند مروره بالنقطة B بدلالة L ، g ، α :



- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين A و B :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{A\text{-}B}(\vec{P}) + W_{A\text{-}B}(\vec{R}) = E_{CB}$$

- $E_{CA} = 0$
- $W_{A\text{-}B}(\vec{P}) = m\,g\,h = m\,g\,AB\sin\alpha$
- $W_{A\text{-}B}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \overrightarrow{AB})$
- $E_{CB} = \frac{1}{2} m\, v_B^2$

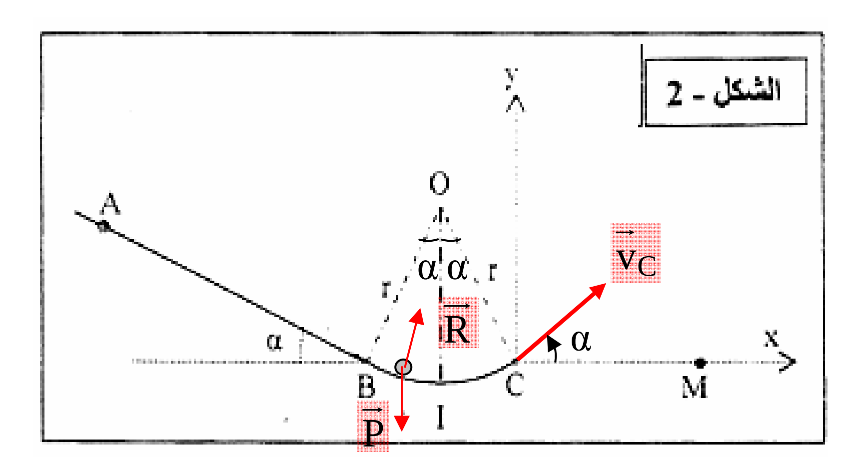
يصبح لدينا :

$$m\,g\,AB\sin\alpha = \frac{1}{2} m\, v_B^2$$

$$g\,AB\sin\alpha = \frac{1}{2} v_B^2 \rightarrow v_B = \sqrt{2\,g\,AB\sin\alpha}$$

$$v_B = \sqrt{2.10.\ 5.\ 0.5} = 7.07\ m/s$$

2- خصائص شعاع السرعة عند C :



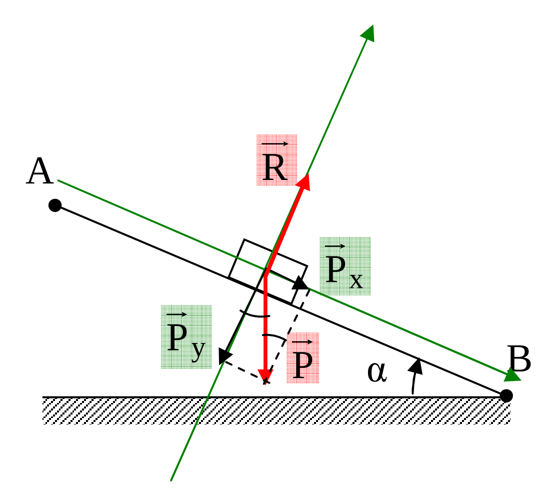
- الجهة : نحو الأعلى .
- الحامل : يعمل الزاوية α مع المحور (ox) حيث α هي زاوية المستوي المائل .
- الشدة :
بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين B و C :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} + W_{B\text{-}C}(\vec{P}) + W_{B\text{-}C}(\vec{R}) = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B{}^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv_C{}^2 \rightarrow v_C = v_B = 7.07 \text{ m/s}$$

3-أ- عبارة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) :
- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوة الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (S) .



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (oy) :

$$P_y + R_y = m\,a_y$$

في الحركات المستقيمة يكون شعاع التسارع موازي للمسار و كون أن المحور ox يوازي مسار الحركة يكون شعاع التسارع موازي للمحور ox و بالتالي عمودي على المحور oy . لذا يكون $a_y = 0$ و يصبح :

$P_y + R_y = 0$

$- P \cos\alpha + R = 0$

$- m\, g \cos\alpha + R = 0 \rightarrow R = m\, g \cos\alpha$

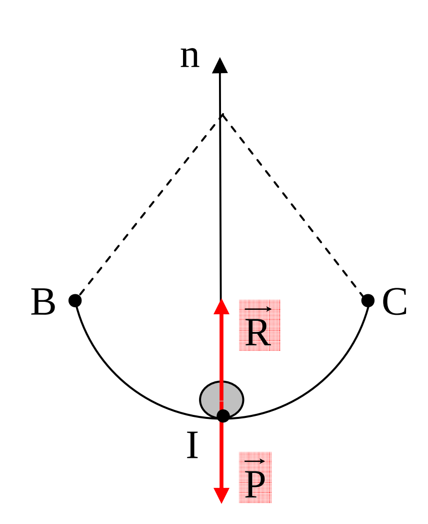
$R = 0.2 \,.\, 10 \,.\, 0.86 = 1.72\ N$

ب- شدة القوة التي تطبقها الطريق على الجسم (S) في (I) :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (S) في الموضع (I) :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}_G$$



بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي (on) و المتجه نحو مركز المسار (الناظمي) يكون :

$$-P + R = m\,a_n$$

حيث a_n هو التسارع الناظمي المعرف بالعلاقة $a_n = \frac{v^2}{R}$ و منه يصبح :

$$-m\,g + R = m\frac{v^2}{R}$$

$$R = m\frac{v^2}{R} + m\,g \rightarrow R = m(\frac{v^2}{R} + g)$$

$$R = 0.2\,(\frac{(7.37)^2}{2} + 10) = 7.43\ N$$

4- أ- معادلة المسار :

- الجملة المدروسة : كرة.
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_y \end{cases}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g\,(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفين عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ 0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2} g\,t^2 + v_0 \sin\alpha\, t \end{cases}$$

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)$$

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x$$

ب- المسافة CM :

المسافة CM تمثل فاصلة M على المحور ox أي :

$$CM = x_M$$

لدينا : $y_M = 0$ بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x_M^2 + \tan\alpha \, x_M$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x_M^2 = \tan\alpha \, x_M$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2} x_M = \tan\alpha$$

$$x_M = \frac{2\, v_0^2 \cos\alpha^2 \, .\tan\alpha}{g} \quad \rightarrow x_M = \frac{2\,(7.07)^2 \, .\, (0.86)^2 \, .\, 0.58}{10} \approx 4.3\,m = CM$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 036

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين :(بكالوريا 2008 – رياضيات) (***)

ورد في مطوية أمن الطرق الجدول التالي:

سرعة السيارة $v(km.h^{-1})$	50	80	90	100	110
مسافة الاستجابة $d_1(m)$	14	22	25	28	31
المسافة الموافقة لمدة الكبح $d_2(m)$	14	35	45	55	67

عندما يَهُمُّ (يريد) سائق سيارة تسير بسرعة ($\vec{v}$) بالتوقف، فإن السيارة تقطع مسافة (d_1) خلال مدة (τ_1) قبل أن يضغط السائق على المكابح [تُعرف (τ_1) بزمن استجابة السائق]. وتقطع السيارة مسافة (d_2) خلال مدة (τ_2) زمن مدة الكبح. تسمى (D) مسافة التوقف وتساوي مجموع المسافتين (d_1،d_2) : $D = d_1 + d_2$. أثناء عملية الكبح لا يؤثر المحرك على السيارة.

نقوم بدراسة حركة G (مركز عطالة سيارة كتلتها M) على طريق مستقيمة أفقية في مرجع أرضي، نعتبره غاليليا.

1- خلال مدة الاستجابة τ_1، نعتبر المجموع الشعاعي للقوى المؤثرة على السيارة معدوما.

أ/ ما هي طبيعة حركة مركز عطالة السيارة؟

ب/ استنادا إلى قياسات الجدول أحسب قيم النسب $\frac{d_1}{v}$. ما ذا تستنتج؟

جـ/ احسب قيمة المدة τ_1 (مقدرة بالثانية)، من أجل كل قيمة لـ d_1 في الجدول.

2-أ/ ننمذج - خلال عملية الكبح - الأفعال المؤثرة على السيارة بقوى تطبق على مركز عطالتها.

نعتبر القوى (قوة الكبح وقوى الاحتكاكات ومقاومة الهواء) المؤثرة على السيارة مكافئة لقوة واحدة $\vec{F}_{f/G}$ ثابتة في القيمة، وجهتها عكس جهة شعاع السرعة.

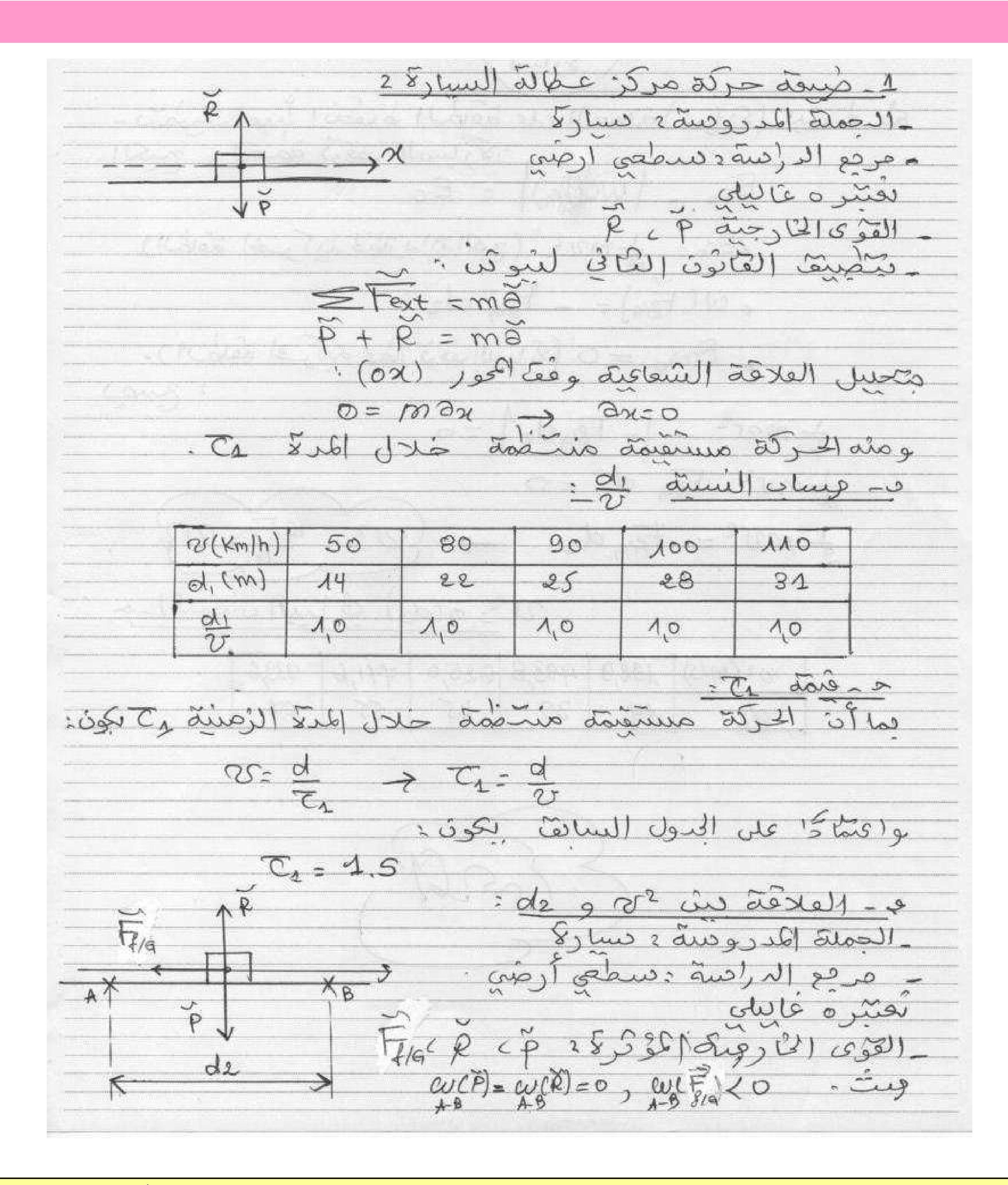
ب/ لتكن v قيمة سرعة مركز عطالة السيارة في بداية الكبح. أوجد العلاقة الحرفية بين v^2 و d_2 بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة.

جـ/ باستعمال الجدول السابق، ارسم المنحنى البياني $v^2 = g(d_2)$.

د/ باستغلال البيان، استنتج قيمة $\vec{F}_{f/G}$.

تعطى كتلة السيارة : $M = 9,0 \times 10^2 kg$.

حل التمرين



1- طبيعة حركة مركز عطالة السيارة 2

- الجملة المدروسة: سيارة
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox):

$$0 = m a_x \rightarrow a_x = 0$$

ومنه الحركة مستقيمة منتظمة خلال المدة τ_1.

ب- حساب النسبة $\frac{d_1}{v}$:

$v (Km/h)$	50	80	90	100	110
$d_1 (m)$	14	22	25	28	31
$\frac{d_1}{v}$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

جـ- قيمة τ_1:

بما أن الحركة مستقيمة منتظمة خلال المدة الزمنية τ_1 يكون:

$$v = \frac{d}{\tau_1} \rightarrow \tau_1 = \frac{d}{v}$$

واعتمادا على الجدول السابق يكون:

$$\tau_1 = 1\,s$$

د- العلاقة بين v^2 و d_2:

- الجملة المدروسة: سيارة
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{F}_{f/G}$

حيث: $W_{A\to B}(\vec{P}) = W_{A\to B}(\vec{R}) = 0$, $W_{A\to B}(\vec{F}_{f/G}) < 0$

- اشكال الطاقة : حركية متناقصة
- الحصيلة الطاقوية :

E_{cA} ، $W_{AB}(\vec{F}_{f/G})$ ، E_{cB} ، سيارة

- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين لحظة الكبح ولحظة توقف السيارة :

$$E_{c_0} - |W(\vec{F}_{f/G})| = E_c$$

• $E_{c_0} = \frac{1}{2}mv^2$ (الطاقة الحركية لحظة بداية الكبح)

• $W(\vec{F}_{f/G}) = -F_{f/G}\, d_2$

• $E_{(c)} = 0$ (الطاقة الحركية لحظة توقف السيارة)

يصبح :

$$\frac{1}{2}mv^2 - |-F_{f/G}d_2| = 0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - F_{f/G}\, d_2 = 0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = F_{f/G}\, d_2 \longrightarrow v^2 = \frac{2F_{f/G}}{m} d_2$$

- المنحنى البياني $v^2 = f(d_2)$

$v^2 (m/s)$	192,9	493,8	625,0	771,6	933,6
d_2	14	35	45	55	67

ـ قيمة $\vec{F}_{f/a}$:

بيانيا : (α : الميل) $v^2 = \alpha\, d_2$

نظريا ومما سبق :

$v^2 = \frac{2}{m} d_2$

بالمطابقة :

$\frac{2F_{f/a}}{m} = \alpha \rightarrow F = \frac{m\alpha}{2}$

من البيان :

$\alpha = \frac{\Delta v^2}{\Delta d_2} = 14$

إذن :

$F_{f/a} = \frac{9\times10^{-2}\times14}{2} = 0,63\ N$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

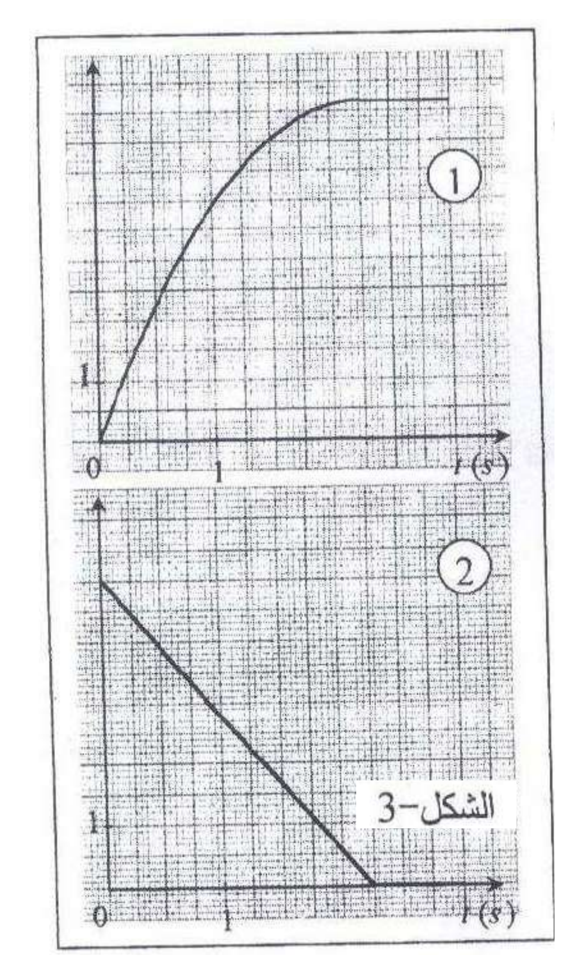
تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 037

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (***)



عامل في أحد المخازن ، يدفع صندوقا كتلته $m = 20\ kg$ ، على مستوي أفقي إلى أن تبلغ سرعته حدا معينا ، ثم يتركه لحاله ، في لحظة نعتبرها مبدأ لقياس الأزمنة .

اعتبارا من هذه اللحظة ، يتحرك G مركز عطالة الصندوق على مسار مستقيم حتى اللحظة t_1 ، و فق المحور $(O,\vec{i})$. التطور الزمني لكل من الفاصلة $x(t)$ و السرعة $v(t)$ لمركز العطالة G ، المبينين بالمنحنيين (الشكل-3) . نستخدم وحدات النظام الدولي SI .

1- أ- تعرف على المنحنى البياني الممثل للفاصلة $x(t)$ و المنحنى البياني الممثل للسرعة $v(t)$.

ب- حدد بيانيا قيمة اللحظة t_1 . ماذا يحدث للصندوق عندئذ ؟

2- أرسم مخطط التسارع $a_G(t)$ للنقطة G .

3- أ- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الصندوق أثناء الحركة .

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على مركز عطالة الصندوق ، أوجد شدة قوة الاحتكاك المؤثرة عليه .

4- أ- اكتب المعادلة التفاضلية للسرعة على المحور $(O\ ,\ \vec{i}\ )$ ، و استنتج المعادلة الزمنية $x(t)$ للحركة .

ب- استنتج بيانيا المسافة التي يقطعها مركز عطالة الصندوق بطريقتين مختلفتين .

حل التمرين

<u>1- أ- المنحنى البياني الممثل للفاصلة x و المنحنى البياني الممثل للسرعة v :</u>

بما أن للصندوق سرعة معينة عند اللحظة $t = 0$ فهذا يتطابق مع البيان (2) عكس البيان (1) إذن :

البيان (2) $\leftarrow$ السرعة v

البيان (1) $\leftarrow$ الفاصلة x

<u>ب- قيمة t_1 :</u>

يتحرك G على المسار " حتى اللحظة t_1 " يعني أن الصندوق توقف عند اللحظة t_1 و انعدمت سرعته عندئذ ، و من البيان (2) الممثل للسرعة يكون : $t_1 = 2.25\ s$.

<u>2- مخطط التسارع :</u>

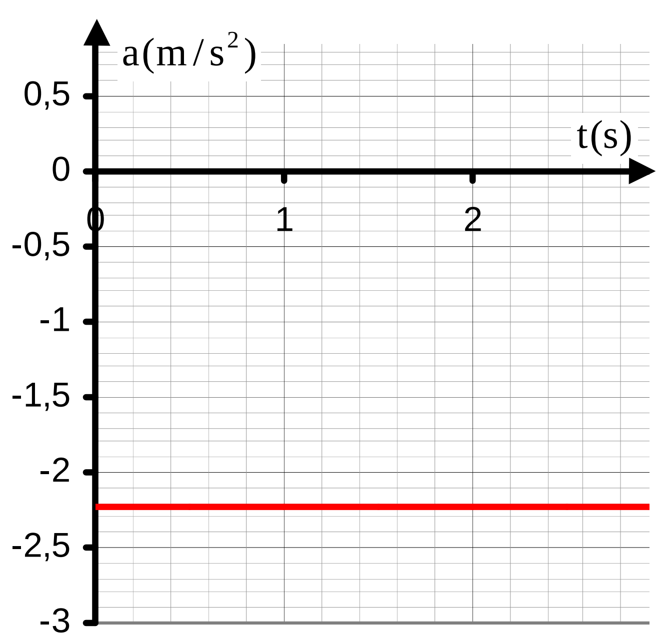
- بيان السرعة من الشكل : $v = A\ t\ + B$ حيث A ميل هذا البيان ، و بما أن الميل في مخطط السرعة يمثل التسارع يمكن كتابة :

$$a = \frac{dV}{dt} = A$$

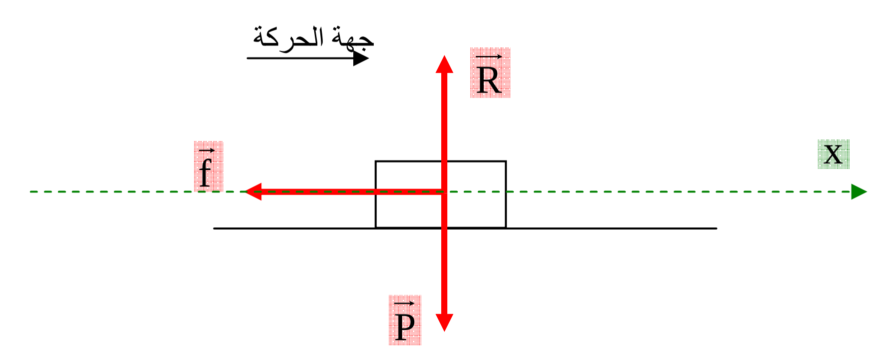
من البيان $v(t)$:

$$A = \frac{0-5}{2.25-0} = -2.22 \quad \rightarrow a = -2.22\ m/s^2$$

نلاحظ أن التسارع ثابت لا يتعلق بالزمن و بالتالي المنحنى $a = f(t)$ يكون عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة كما في البيان التالي :



3- أ- تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الصندوق :



ب- شدة قوة الاحتكاك :

- الجملة المدروسة : صندوق .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور ox أفقي في جهة الحركة :

$$-f = m\,a \rightarrow f = -m\,a$$

$$f = -20\,(-2.22) = 44.4\ N$$

4- أ- المعادلة التفاضلية للسرعة :

من العبارة السابقة المتحصل عليها بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نكتب :

$$-f = m\frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{f}{m}$$

- المعادلة الزمنية $x(t)$:

نكامل طرفي المعادلة التفاضلية للسرعة السابقة بالنسبة للزمن نجد :

$$v = -\frac{f}{m}\,t + C_1 \rightarrow v = -2.22\,t + C_1$$

من الشروط الابتدائية و اعتمادا على البيان $v(t)$:

$$t = 0 \rightarrow v = 5\ m/s$$

بالتعويض في $v(t)$:

$$5 = -2.22\,(0) + C_1 \rightarrow C_1 = 5$$

و منه يصبح :

$$v = -2.22\,t + 5$$

نكامل مرة أخرى بالنسبة للزمن :

$$x = -1.11\,t^2 + 5\,t + C_2$$

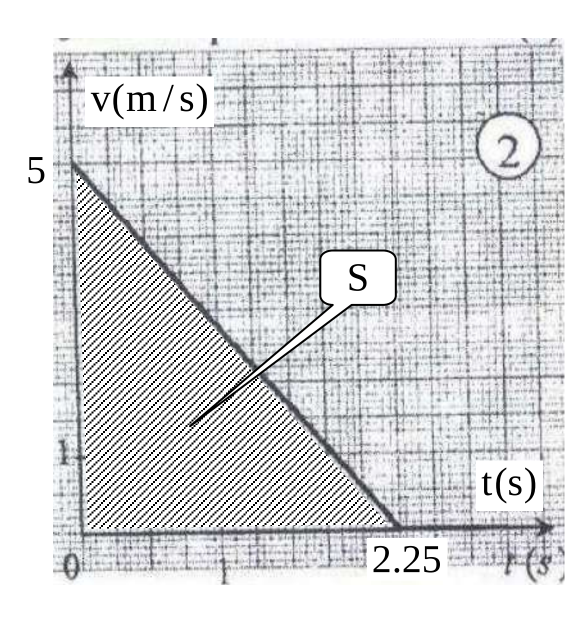
من الشروط الابتدائية و اعتمادا على البيان (1) يكون :

$$t = 0 \rightarrow x = 0$$

بالتعويض :

$0 = - 1.11\ (0) + 5(0) + C_2 \rightarrow C_2 = 0$

يصبح لدينا :



$x = - 1.11\ t^2 + 5\ t$

ب- المسافة المقطوعة من طرف الصندوق :

الطريقة (1) : (من البيان (1) x(t))

$t_0 = 0 \rightarrow x_0 = 0$

$t_1 = 1\ s \rightarrow x_1 = 5.6\ m$

بما أن الصندوق لم يغير جهة حركته بين $t = 0$ و t_1 يكون :

$d = \Delta x = x_1 - x_0 = 5.6 - 0 = 5.6\ m$

الطريقة (2) : (من البيان (2) v(t))

$$d = S = \frac{\text{إ} \times \text{ق}}{2} \rightarrow d = \frac{2.25 \times 5}{2} = 5.6\ m$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 038

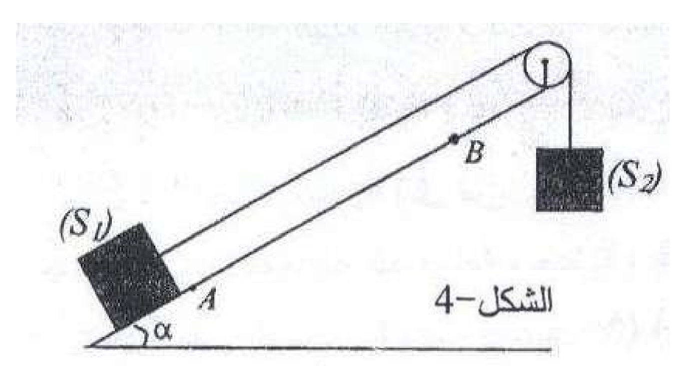
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (***)

يجر جسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 600\ g$ ، بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهملة الكتلة ، عربة (S_1) كتلتها $m_1 = 800\ g$ تتحرك على مستو يميل عل الأفق بزاوية $\alpha = 30°$. في وجود قوى احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة و لا تتعلق بسرعة العربة .

في اللحظة $t = 0\ s$ تنطلق العربة من النقطة A دون سرعة ابتدائية ، فتقطع مسافة $AB = x$ ، كما موضح في (الشكل-4) . نأخذ كمبدأ للفواصل النقطة A .



1- أعد رسم (الشكل-4) ، أحص و مثل عليه القوى الخارجية المؤثرة على كل من (S_1) و (S_2) .

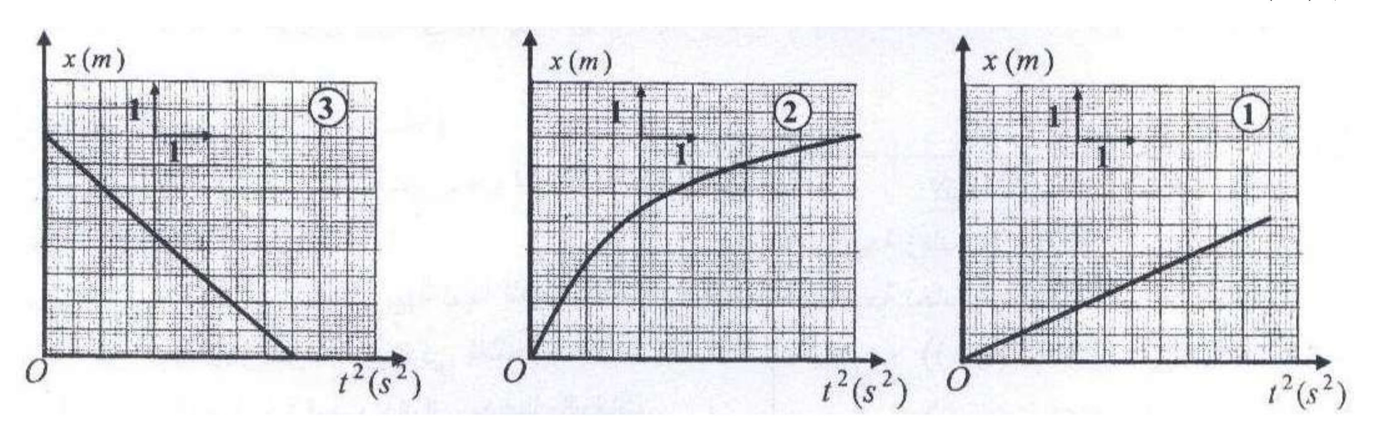
2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على (S_1) و (S_2) .

أ- بين أن المعادلة التفاضلية للفاصلة x تعطى بالعلاقة : $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}$.

ب- استنتج طبيعة حركة الجسم (S_1) .

جـ- باستغلال الشروط الابتدائية أوجد حلا للمعادلة التفاضلية .

3- من أجل قيم مختلفة لـ x كررنا التجربة السابقة عدة مرات فتحصلنا على منحنى بياني يلخص طبيعة حركة الجسم (S_1) .

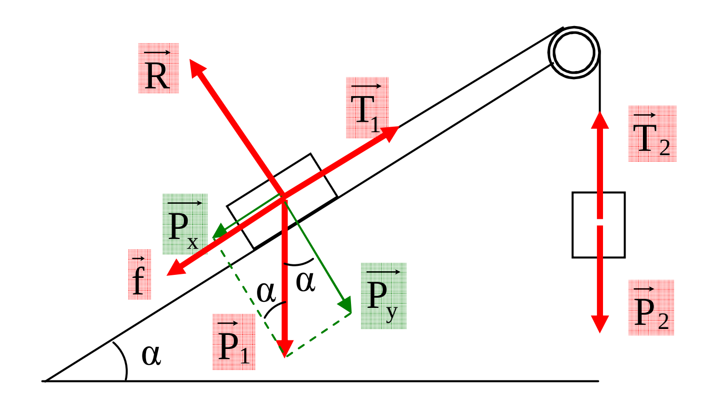


أ- من بين البيانات الثلاثة (1) ، (2) و (3) ما هو البيان الذي يتفق مع الدراسة النظرية السابقة ؟ علل .
ب- احسب من البيان قيمة التسارع a .
جـ- استنتج قيمة كل من قوة الإحتكاك f و توتر الخيط T . علما أن : $g = 9.80\ m.s^{-2}$.

حل التمرين

1- تمثيل القوى :

2- أ- المعادلة التفاضلية :



- الجملة جسم (S_1) :

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة التوتر $\vec{T}_1$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_G$$

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T}_1 + \vec{f} = m_1 \vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} - p_1 \sin\alpha - f + T_1 = m_1 a_x \text{ .... } (1) \\ - P_1 \cos\alpha + R = 0 \text{ .... } (2) \end{cases}$$

الجملة جسم (S_2) :

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$ ، قوة التوتر $\vec{T}_2$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a}_G$$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + = m_2 \vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) :

$$P_2 - T_2 = m_2 a \text{ .... } (3)$$

بجمع العلاقتين (1) ، (2) مع الأخذ بعين الاعتبار $T_2 = T_1$ كون أن البكرة مهملة الكتلة :

$$- P_1 \sin\alpha - f + P_2 = (m_1 + m_2) a$$

$$- m_1 g \sin\alpha - f + m_2 g = (m_1 + m_2) \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$(m_1 + m_2)\frac{d^2x}{dt^2} = (m_2 - m_1 \sin\alpha) g - f$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}$$

- طبيعة الحركة :

العبارة السابقة تمثل تسارع حركة كل من الجسمين S_1 ، S_2 و هي تتعلق بمقادير كلها ثابتة مما يدل على أن تسارع الحركة ثابت ، و كون أن مسار كل من الجسمين (S_1) ، (S_2) مستقيم فإن حركة كل منهما مستقيمة متغيرة بانتظام .

جـ- حل المعادلة التفاضلية :

- نكامل طرفي المعادلة السابقة :

$$\frac{dx}{dt} = (\frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}) t + C_1$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 0 \rightarrow C_1 = 0$$

و منه يصبح :

$$\frac{dx}{dt} = (\frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}) t$$

- نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$x = \frac{1}{2}(\frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}) t^2 + C_2$$

من الشروط الابتدائية :

$$t = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow C_2 = 0$$

و منه يصبح :

$$x = \frac{1}{2}(\frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}) t^2$$

و هو حل المعادلة التفاضلية المطلوب .

3- أ- البيان الموافق للدراسة النظرية :

من الدراسة النظرية السابقة وجدنا المعادلة المعبرة عن تغيرات x بدلالة الزمن من الشكل : $x = k\, t^2$ حيث k هو ثابت التناسب ، نستنتج من ذلك أن الفاصلة x تتناسب طرديا مع مربع اللحظة الزمنية t و هذا ينطبق على البيان (1) .

ب- قيمة التسارع من البيان (1) :

وجدنا سابقا :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}$$

و من عبارة x الأخيرة :

$$x = \frac{1}{2}\left(\frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}\right) t^2 + C_2$$

يمكن كتابتها كما يلي (بتعويض عبارة التسارع بالتسارع a) :

$$x = \frac{1}{2} a\ t^2 + C_2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (4)$$

و من البيان (1) :

$$x = k\, t^2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (5)$$

بمطابقة العلاقتين (4) ، (5) :

$$\frac{1}{2} a = k \ \rightarrow \ a = 2\, k$$

من البيان (1) : (حساب الميل)

$$k = \frac{1 \times 1}{2 \times 1} = 0.5 \quad \rightarrow \ a = 2\ (0.5) = 1\ m/s^2$$

جـ- قيمة قوة الاحتكاك :

مما سبق :

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - \frac{f}{m_1 + m_2}$$

$$\frac{f}{m_1 + m_2} = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2} g - a$$

بضرب الطرفين في $(m_1 + m_2)$ يصبح :

$f = (m_1 - m_1 \sin\alpha)\, g - (m_1 + m_2)\, a$

$f\, (\, (\, 0.6 - (0.8 \sin 30)\,)\, 9.8 - (0.8 + 0.6)\ (1) = 0.56\ N$

- قيمة التوتر T :

الطريقة (1) :

لدينا مما سبق من العلاقة (1) :

$- m_1\, g \sin\alpha - f + T = m_1\, a$

$T = m_1 a + m_1 g \sin\alpha + f$

$T = (0.8\ .\ 1) + (\ 0.8\ .\ 9.8\ .\ \sin 30) + 0.56 = 5.28\ N$

الطريقة (2) :

لدينا مما سبق من العلاقة (3) :

$m_2\, g - T_2 = m_2\, a$

$T_2 = m_2\, g - m_2\, a$

$T_2 = m_2\, (\, g - a\,)$

$T_2 = 0.6\, (\, 9.8 - 1\,) = 5.28\ N$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

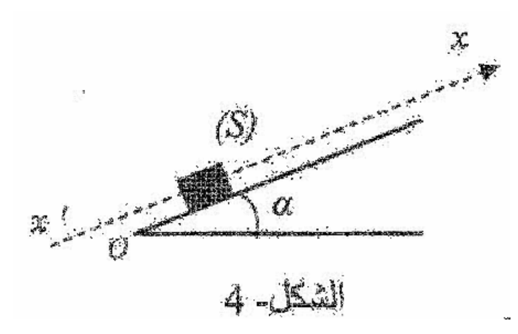
3AS U05 - Exercice 039

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

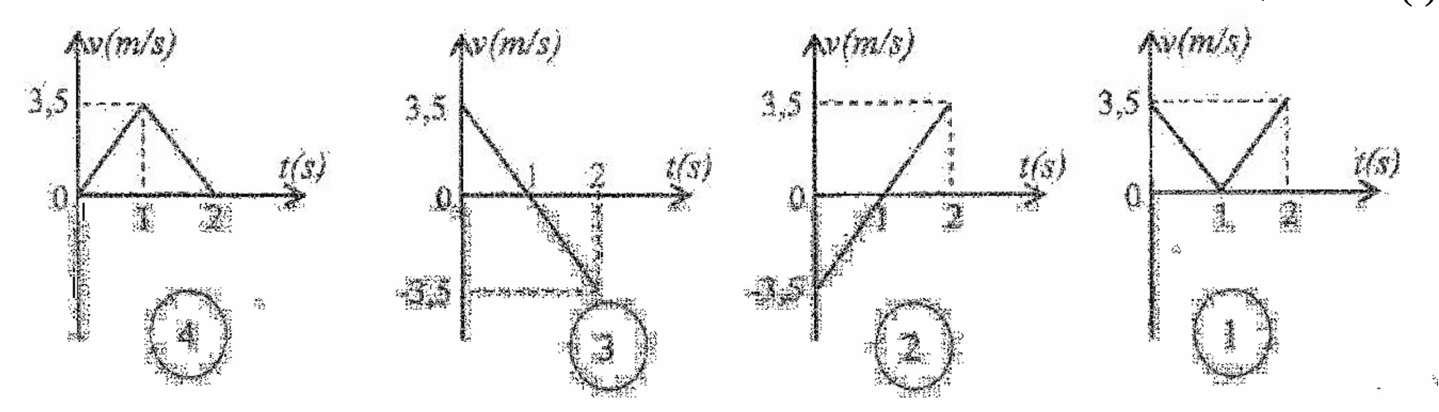
نص التمرين : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (***)

1- لغرض حساب زاوية الميل α لمستو يميل على الأفق . قام فوج من التلاميذ بقذف جسم صلب (S) كتلته $m = 1\ kg$ في اللحظة $t = 0$ من النقطة O بسرعة $\vec{v}_0$ نحو الأعلى وفق خط الميل الأعظم لمستو أملس (الشكل-4) .



الشكل- 4

باستعمال تجهيز مناسب تمكن التلاميذ من دراسة حركة مركز عطالة (S) و الحصول على أحد مخططات السرعة التالية $v = f(t)$:



أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، ادرس حركة الجسم (S) بعد لحظة قذفه من O .

ب- من بين المخططات الأربعة (1) ، (2) ، (3) ، (4) ، ما هو المخطط الموافق لحركة الجسم (S) برر .

جـ- احسب قيمة الزاوية α .

د- احسب المسافة المقطوعة بين اللحظتين : $t = 0$ و $t = 2s$.

2- في الحقيقة يخضع الجسم أثناء انزلاقه على المستوي المائل إلى قوة احتكاك شدتها ثابتة f .

أ- أحص و مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) .

ب- ادرس حركة مركز عطالة (S) ، ثم استنتج العبارة الحرفية لتسارع حركته .

جـ- احسب قيمة التسارع من أجل $f = 1.8\ N$.

تعطى : $g = 9.8\ m.s^{-2}$.

حل التمرين

1- أ- طبيعة حركة الجسم (S) :

- الجملة المدروسة : جسم (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$
$$\vec{P} + \vec{R} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (ox) :

$$P_x = -m\,a_0$$
$$mg\sin\alpha = -m\,a_x \rightarrow a_x = -g\sin\alpha$$

نلاحظ أن التسارع ثابت و كذلك $a_x < 0$ ($g\sin\alpha < 0$) ، و كون أن $v_x > 0$ ($\vec{v}$ في جهة المحور ox) يكون : $a_x . v_x < 0$ ، و بما أن المسار مستقيم تكون حركة مركز عطالة الجسم (S) أثناء صعوده في المستوي المائل مستقيمة متباطئة بانتظام .

ب- المخطط الموافق للحركة :

- عند وصل الجسم (S) إلى أعلى المستوي المائل أين تنعدم سرعته يعود إلى أسفل المستوي المائل بحركة مستقيمة متسارعة بانتظام (القوة المؤثرة ثابتة) ، يمكن القول أن حركة الجسم (S) على المستوي المائل لها طورين :

طور I (صعود) : تكون فيه الحركة مستقيمة متباطئة بانتظام .

طور II (نزول) : تكون فيه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام حيث $v < 0$ (الحركة عكس المحور) ، $a_G < 0$ ($\vec{P}_x$ جهتها معاكسة لجهة المحور) و إذا أخذنا بعين الاعتبار أن ميل المنحنى $v = f(t)$ يمثل ميل المماس فإن هذه المعلومات تطابق البيان (3) ولا تطابق البيانات الأخرى .

جـ- قيمة الزاوية α :

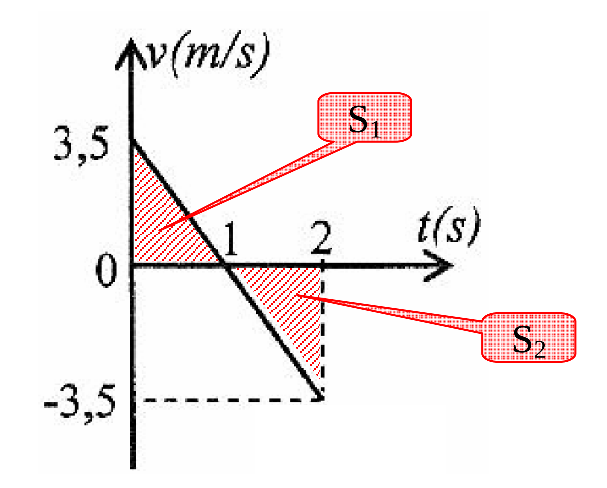
- من البيان (3) :

$$a = \tan\alpha = \frac{0 - 3.5}{1 - 0} = -3.5\ m/s^2$$

و لدينا سابقا من الدراسة النظرية :

$$a = -g\sin\alpha \quad \rightarrow \sin\alpha = -\frac{a}{g} \quad \rightarrow \sin\alpha = -\frac{(-3.5)}{9.8} = 0.36 \ \rightarrow\ \alpha \approx 21°$$

د- المسافة المقطوعة بين $t = 0$ و $t = 2s$:

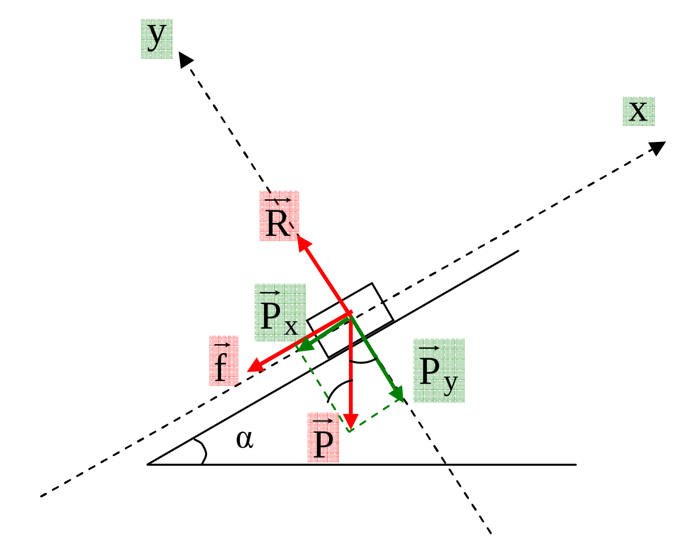


$$d = S_1 + S_2$$

- $S_1 = \dfrac{1\times 3.5}{2} = 1.75\,m$
- $S_1 = \dfrac{(2-1)\times(0-(-3.5))}{2} = 1.75\,m$

$$d = 1.75 + 1.75 = 3.5\ m$$

2- أ- إحصاء و تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم (S) :



- يخضع الجسم (S) إلى القوى الخارجية التالية : الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

ب- دراسة حركة مركز عطالة (S) :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم S) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) :

$$-P\sin\alpha - f = m\,a$$

$$-mg\sin\alpha - f = m\,a \;\rightarrow\; a = -g\sin\alpha - \frac{f}{m}$$

جـ- قيمة التتسارع من أجل $f = -9.8\ N$:

$$a = (-9.8\ .\ \sin21°) - (\frac{1.8}{1}) = -5.3\ m/s^2$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 040

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

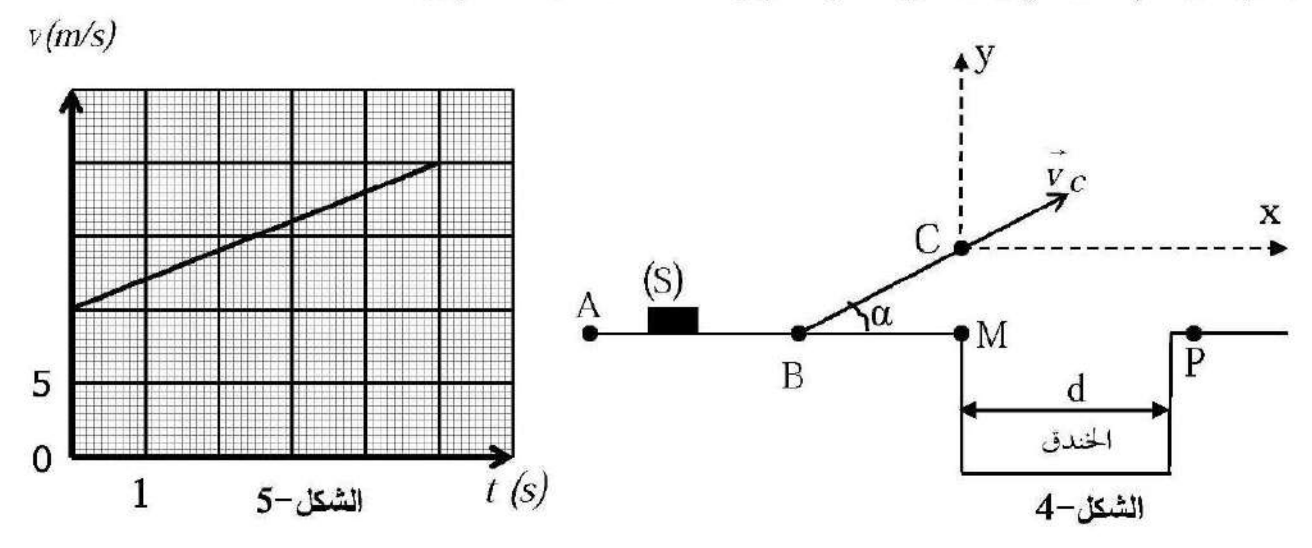
نص التمرين : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (***)

يعتبر القفز على الخنادق بواسطة الدراجات النارية أحد التحديات التي تواجه المجازفين. إنّ التغلب على هذه التحديات يتطلب التعرف على بعض الشروط التي يجب توفرها لتحقيق هذا التحدي.

يتكون مسلك المجازفة من قطعة مستقيم أفقية AB، وأخرى BC تميل عن الأفق بزاوية: $\alpha = 10°$، وخندق عرضه d (الشكل-4). ننمذج الجملة (الدراج + الدراجة) بجسم صلب (S) مركز عطالته G وكتلته: $m = 170kg$.

تعطى: $g = 10m/s^2$.

1- تمر الجملة (S) بالنقطة A في اللحظة: $t = 0\ s$ بسرعة: $v_A = 10m/s$، وفي اللحظة: $t_1 = 5s$ تمر من النقطة B بالسرعة v_B. (الشكل-5) يمثّل تغيرات سرعة مركز عطالة الجملة بدلالة الزمن.



اعتمادا على البيان: أ- حدّد طبيعة الحركة ، ثمّ استنتج تسارع مركز عطالة الجملة (S).

ب- احسب المسافة المقطوعة AB.

2- تخضع الجملة في الجزء BC لقوة دفع المحرك $\vec{F}$، وقوة احتكاك شدتها: $f = 500N$. القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار BC.

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جِدْ شدة القوة $\vec{F}$ حتى تبقى للجملة (S) نفس قيمة التسارع في الجزء AB.

3- تصل الجملة (S) إلى النقطة C بسرعة: $v_c = 25m/s$ وتغادرها لتسقط في النقطة P.

أ- باعتبار لحظة المغادرة مبدأ للأزمنة، ادرس حركة مركز عطالة الجملة (S) في المعلم (Cx, Cy) ثم جِدْ معادلة مسارها.

ب- هل يجتاز الدراج الخندق أم لا ؟ برّر إجابتك، علما أن: $d = 40\ m$، و $BC = 56,3\ m$.

حل التمرين

1- أ- طبيعة الحركة وتسارعها :

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$ ، وكون أن $a > 0$ ، $v > 0$ يكون $av > 0$

ومنه الحركة مستقيمة متسارعة بانتظام .

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{5 - 0} = 2\ m/s$$

ب- المسافة AB :

تمثل AB المسافة المقطوعة بين اللحظتين $t = 0$ و $t_1 = 5s$

ومن البيان $v(t)$ وباستعمال طريقة المساحات يكون :

$$AB = \frac{(10+20)(5-0)}{2} = 75\ m$$

2- شدة القوة F حتى تبقى للجملة نفس التسارع :

- الجملة المدروسة :
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية :
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{F} + \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين ox ، oy :

$$F - P\sin\alpha - f = ma$$

$$F - mg\sin\alpha - f = ma$$

$$F = ma + mg\sin\alpha + f$$

$$F = m(a + g\sin\alpha) + f$$

$$F = 170\left(2 + (10 \cdot \sin 10)\right) + 500 = 1135,2$$

3-P- دراسة الحركة والمعادلات الزمنية

- الجملة المدروسة (دراج + دراجة)
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية: الثقل $\vec{P}$.
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق ox، oy:

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ -P = ma_y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = ma_x \\ -mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

- مسقط الحركة على المحور ox مستقيمة منتظمة
- مسقط الحركة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام
+ تكامل طرفي $\vec{a}(t)$:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = -gt + c_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \rightarrow c_1 = v_0\cos\alpha \\ v_y = v_0\sin\alpha \rightarrow c_2 = v_0\sin\alpha \end{cases}$$

ومنه

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases}$$

- تكامل الطرفين بالنسبة للزمن:

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha t + c_1' \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\, t + c_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow c_1'=0 \\ y=0 \rightarrow c_2'=0 \end{cases}$$

ومنه:

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha t \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$ بالتعويض في $y(t)$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha}\right) + v_0\sin\alpha\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right)$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\, x$$

ب- امكانية اجتياز الدراج للخندق:

نحسب المسافة MP ، فاذا كان $MP > d$ ، فان الدراج يجتاز الخندق :

$$MP = x_P$$

لدينا : $y_P = -CM$

من الشكل : $\sin\alpha = \frac{CM}{BC} \rightarrow CM = BC.\sin\alpha$

$CM = 56,3 \times \sin 10 = 9,8$

اذن : $y_P = -9,8\ m$

في معادلة المسار نجد :

$$-9,8 = -\frac{10}{2(25)^2 \cos^2 10} x_P^2 + \tan 10 . x_P$$

$$-9,8 = -8,24 . 10^{-3} x_P^2 + 0,176 . x_P$$

$$8,24 \times 10^{-3} x_P^2 - 0,176\, x_P - 9,8 = 0$$

$$\Delta = (0,176)^2 - (4)(8,24 \times 10^{-3})(-9,8)$$

$$\Delta = 0,354 \rightarrow \sqrt{\Delta} = 0,6$$

$$x_{P_1} = \frac{0,176 - 0,6}{2 \times 8,24 \times 10^{-3}} = -25,73\ m \quad \text{(مرفوض)}$$

$$x_{P_2} = \frac{0,176 + 0,6}{2 \times 8,24 \times 10^{-3}} = 47,1\ m \quad \text{(مقبول)}$$

اذن : $MP = 47,1\ m$

نلاحظ : $MP > d$

اذن الدراج يجتاز الخندق

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

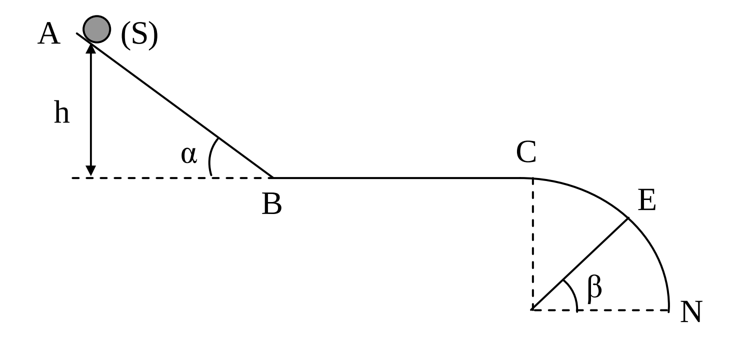
3AS U05 - Exercice 041

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2003 - علوم دقيقة) (***)

ينزلق جسم صلب (S) يمكن اعتباره نقطيا كتلته m = 0.1 kg ، على طريق ABCN (أنظر الشكل أدناه) .



- AB منحدر ، تقع (A) على ارتفاع " h " من المستوي الأفقي المار من (B) طوله AB = 10 m .
- BC طريق أفقي طوله 22.75 m .
- CN طريق على شكل ربع دائرة مركزها (o) و نصف قطرها R = 3 m ، تقع على مستوي شاقولي . تهمل كل قوى الإحتكاك على هذا الجزء من المسار . يعطى : $g = 10\ m/s^2$

1- ينطلق الجسم (S) من النقطة (A) دون سرعة ابتدائية ليصل إلى (B) بسرعة $v_B = 10\ m/s$ ، بفرض قوى الإحتكاك مهملة:

أ- أوجد الارتفاع الذي هبط منه الجسم .

ب- ما هي طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) عند انتقاله من (A) إلى (B) ؟

جـ- أحسب تسارع هذه الحركة إن وجد .

2- يواصل الجسم (S) حركته على الجزء (BC) في وجود قوة احتكاك شدتها ثابتة .

أ- أرسم القوى الخارجية المطبقة على الجسم (S) على الجزء من هذا المسار ؟

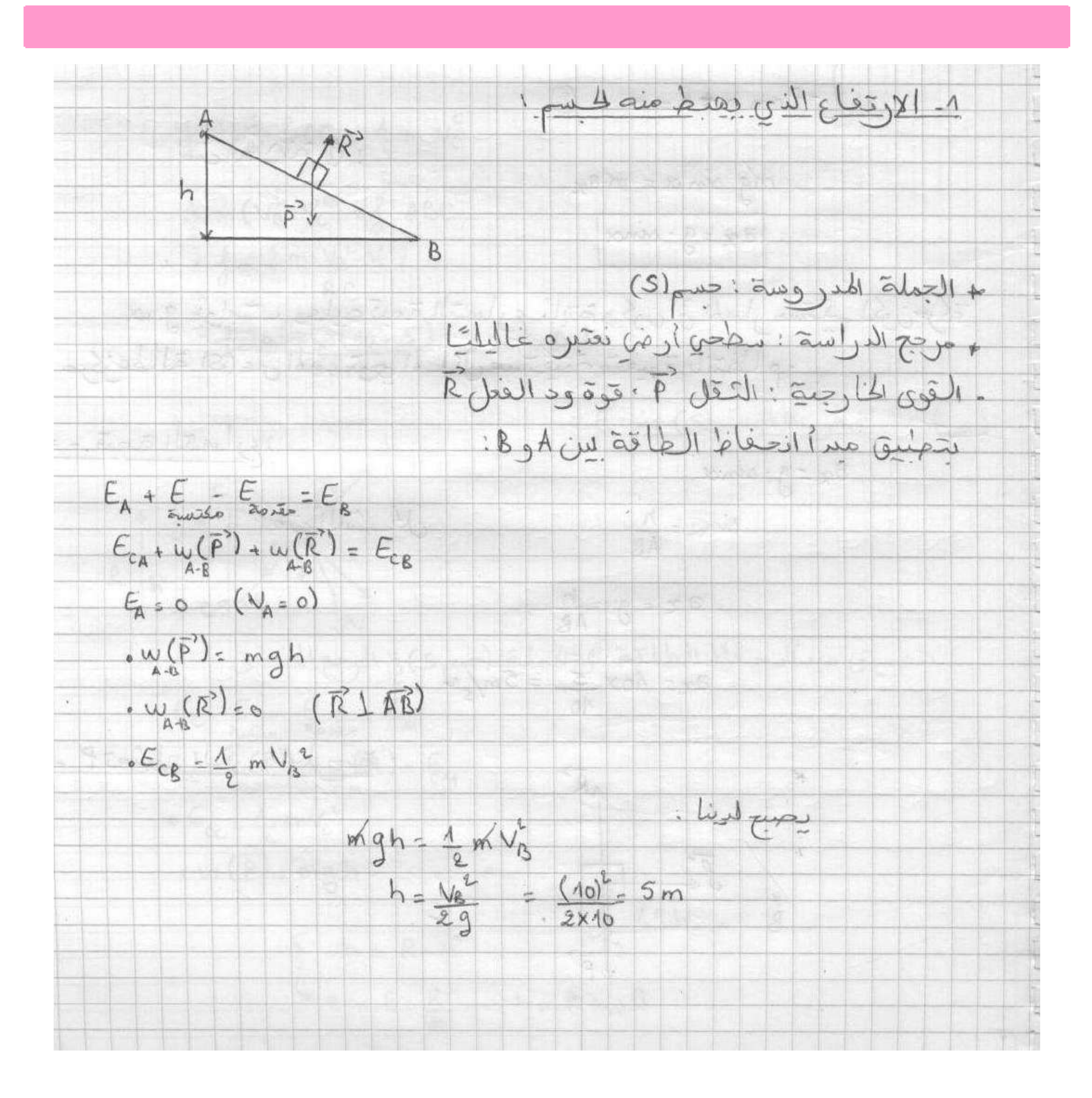
ب- أحسب شدة قوة الإحتكاك إذا علمت أن السرعة في (C) هي $v_C = 3\ m/s$.

3- يغادر الجسم (S) المسار الدائري في النقطة (M) حيث $\widehat{NoE} = \beta$.

أ- أوجد عبارة سرعة الجسم (S) في النقطة M بدلالة β ، g ، r.

ب- أوجد قيمة الزاوية β .

أجوبة مفصلة



1- الارتفاع الذي يهبط منه الجسم :
A
B
h
R
P
+ الجملة المدروسة : جسم (S)
+ مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا
- القوى الخارجية : الثقل P ، قوة رد الفعل R
بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين A و B :
$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$
$E_{CA} + W_{A-B}(\vec{P}) + W_{A-B}(\vec{R}) = E_{CB}$
$E_A = 0 \quad (V_A = 0)$
$\cdot W_{A-B}(\vec{P}) = mgh$
$\cdot W_{A-B}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \vec{AB})$
$\cdot E_{CB} = \frac{1}{2} m V_B^2$
يصبح لدينا :
$mgh = \frac{1}{2} m V_B^2$
$h = \frac{V_B^2}{2g} = \frac{(10)^2}{2 \times 10} = 5 m$

ب - طبيعة حركة مركز عطالة (S) من A الى B

$\vec{R}$, $\vec{P_x}$, $\vec{P_y}$, $\vec{P}$, α, x, y

بتطبيق (مبدأ) القانون الثاني لنيوتن على الجملة جسم (S) في المرجع السابق :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق (ox) ، (oy) :

$$\begin{cases} P\sin\alpha = ma_G \quad \text{①} \\ -P\cos\alpha + R = 0 \quad \text{②} \end{cases}$$

من العلاقة ① :

$$mg\sin\alpha = ma_x$$

$$\boxed{a_x = g\cdot\sin\alpha}$$

α و g ثوابت وعليه قيمة التسارع ثابتة وكون أن المسار مستقيم لكون حركة مركز عطالة (S) على المستوي المائل مستقيمة متغيرة بانتظام .

جـ - قيمة التسارع :

$$a_x = g\cdot\sin\alpha$$

من الشكل

$$\sin\alpha = \frac{h}{AB}$$

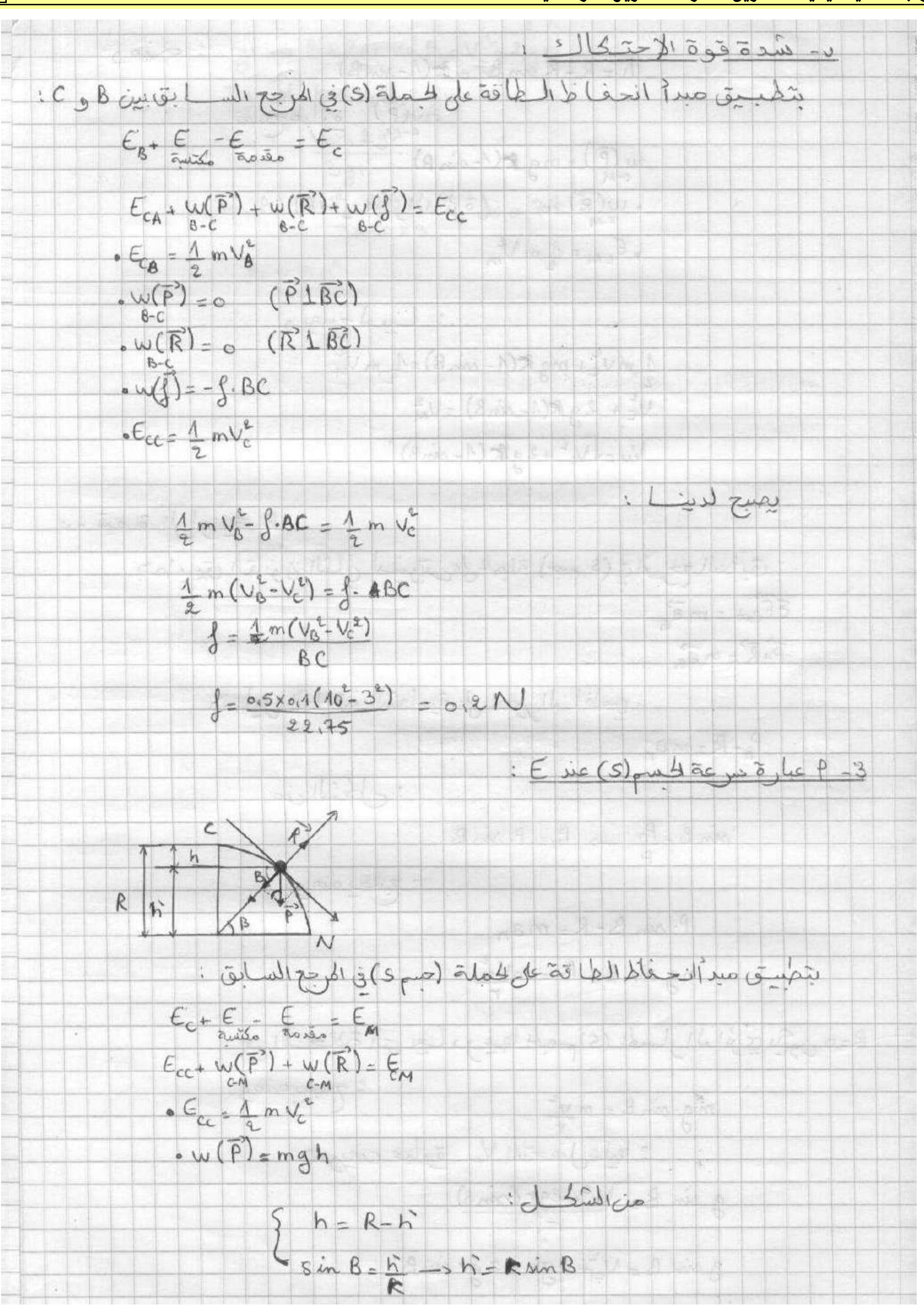
ومنه :

$$a_x = g\cdot\frac{h}{AB}$$

$$a_x = 10\times\frac{5}{10} = 5m/s^2$$

2 - أ - تمثيل القوى الخارجية :

$\vec{R}$, $\vec{f}$, $\vec{P}$, B, C



ب- شدة قوة الاحتكاك :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (S) في المرجع السابق بين B و C :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CA} + W_{B-C}(\vec{P}) + W_{B-C}(\vec{R}) + W_{B-C}(\vec{f}) = E_{CC}$$

• $E_{CB} = \frac{1}{2} m V_B^2$

• $W_{B-C}(\vec{P}) = 0 \quad (\vec{P} \perp \vec{BC})$

• $W_{B-C}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \vec{BC})$

• $W(\vec{f}) = -f \cdot BC$

• $E_{CC} = \frac{1}{2} m V_C^2$

يصبح لدينا :

$$\frac{1}{2} m V_B^2 - f \cdot BC = \frac{1}{2} m V_C^2$$

$$\frac{1}{2} m (V_B^2 - V_C^2) = f \cdot BC$$

$$f = \frac{\frac{1}{2} m (V_B^2 - V_C^2)}{BC}$$

$$f = \frac{0.5 \times 0.1 (10^2 - 3^2)}{22.75} = 0.2\,N$$

3- أ- عبارة سرعة الجسم (S) عند E :

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم S) في المرجع السابق :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

$$E_{CC} + W_{C-M}(\vec{P}) + W_{C-M}(\vec{R}) = E_{CM}$$

• $E_{CC} = \frac{1}{2} m V_C^2$

• $W(\vec{P}) = mgh$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = R - h' \\ \sin\beta = \frac{h'}{R} \rightarrow h' = R \sin\beta \end{cases}$$

ومنه :

$h = R - R\sin B = R(1-\sin B)$

تصبح عبارة $W_{C-M}(\vec{P})$:

$W_{C-M}(\vec{P}) = mgR(1-\sin B)$

• $W_{C-M}(\vec{R}) = 0$ (R مار بمركز الدائرة)

• $E_{CM} = \frac{1}{2} m V_m^2$

ويصبح لدينا :

$\frac{1}{2} m V_C^2 + mgR(1-\sin B) = \frac{1}{2} m V_M^2$

$V_C^2 + 2gR(1-\sin B) = V_M^2$

$V_M = \sqrt{V_C^2 + 2gR(1-\sin B)}$

ب- قيمة الزاوية B :

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (جسم S) في المرجع السابق :

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_G$

بتحليل العلاقة الشعاعية على المحور الناظمي :

$P_n - R = m a_n$

من الشكل :

$\sin B = \frac{P_n}{P} \rightarrow P_N = P \cdot \sin B$

ومنه يصبح :

$P \cdot \sin B - R = m a_n$

$mg\sin B - R = m\frac{V_m^2}{r}$

في اللحظة التي يغادر فيها الجسم (S) المسار الدائري يكون $R = 0$

ومنه يصبح :

$m \cdot g \sin B = m\frac{V^2}{r}$

بتعويض عبارة V_m المتحصل عليها :

$g\sin B = \frac{V_C^2 + 2gr(1-\sin B)}{r}$

$g\sin B = V_C^2 + 2gr - 2gr\sin B$

$$gr\sin B + 2gr\sin B = V_C^2 + 2gr$$

$$3gr\sin B = V_C^2 + 2gr$$

$$\sin B = \frac{V_C^2 + 2gr}{3gr}$$

$$\sin B = \frac{(3)^2 + (2\times10\times3)}{3\times10\times3} \simeq 0,77$$

$$B \simeq 50^\circ$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

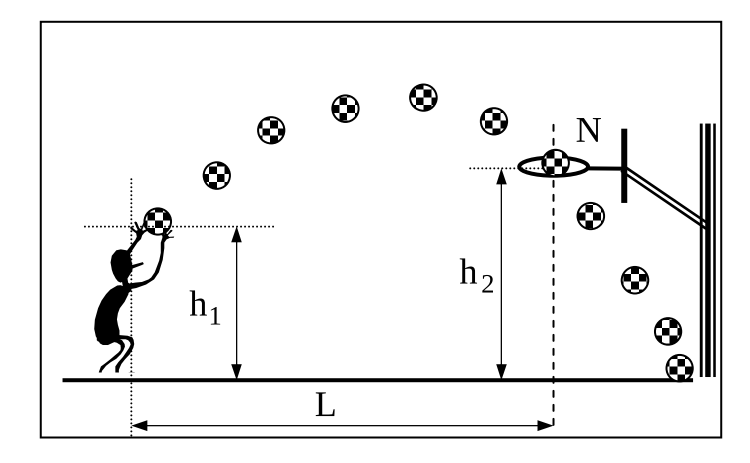
3AS U05 - Exercice 042

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

في النقطة (o) من أرضية ملعب كرة السلة يوجد لاعب (A) يريد أن يقذف كرة بسرعة ابتدائية v_0 يصنع شعاعها مع الأفق الزاوية $\alpha = 45°$ باتجاه السلة التي نعتبرها حلقة دائرية مركزها (N) ، و موجودة على ارتفاع $h_2 = 3$ m من سطح الأرض ، عندما تغادر الكرة يد اللاعب في نقطة (M) من الملعب يكون مركز عطالتها (الكرة) على ارتفاع $h_1 = 2$ m من سطح الأرض (الشكل) . نعتبر أن الهدف يسجل عندما يمر مركز الكرة بمركز السلة .



1- باعتبار مبدأ الأزمنة لحظة قذف اللاعب للكرة ، و مبدأ الإحداثيات عند النقطة (o) موضع اللاعب (A) على أرضية الملعب ، بحيث يكون المحور (ox) منطبق على الأرض و متجه نحو الشاقول المار من مركز السلة ، و المحور (oy) يكون عمودي على أرضية الملعب و متجه نحو الأعلى . نعتبر $g = 10$ m/s^2 .

أ- أدرس طبيعة حركة الكرة في الملعب .

ب- أكتب المعادلات الزمنية للحركة و كذا معادلة المسار مبينا طبيعته .

2- إذا كان اللاعب (A) متوقف لحظة قذفه للكرة ، و هو يبعد عن الشاقول المار من مركز السلة بمقدار $L = 11$ m .

أ- بأي سرعة إبتدائية v_0 يجب أن يقذف اللاعب الكرة حتى يسجل الهدف .

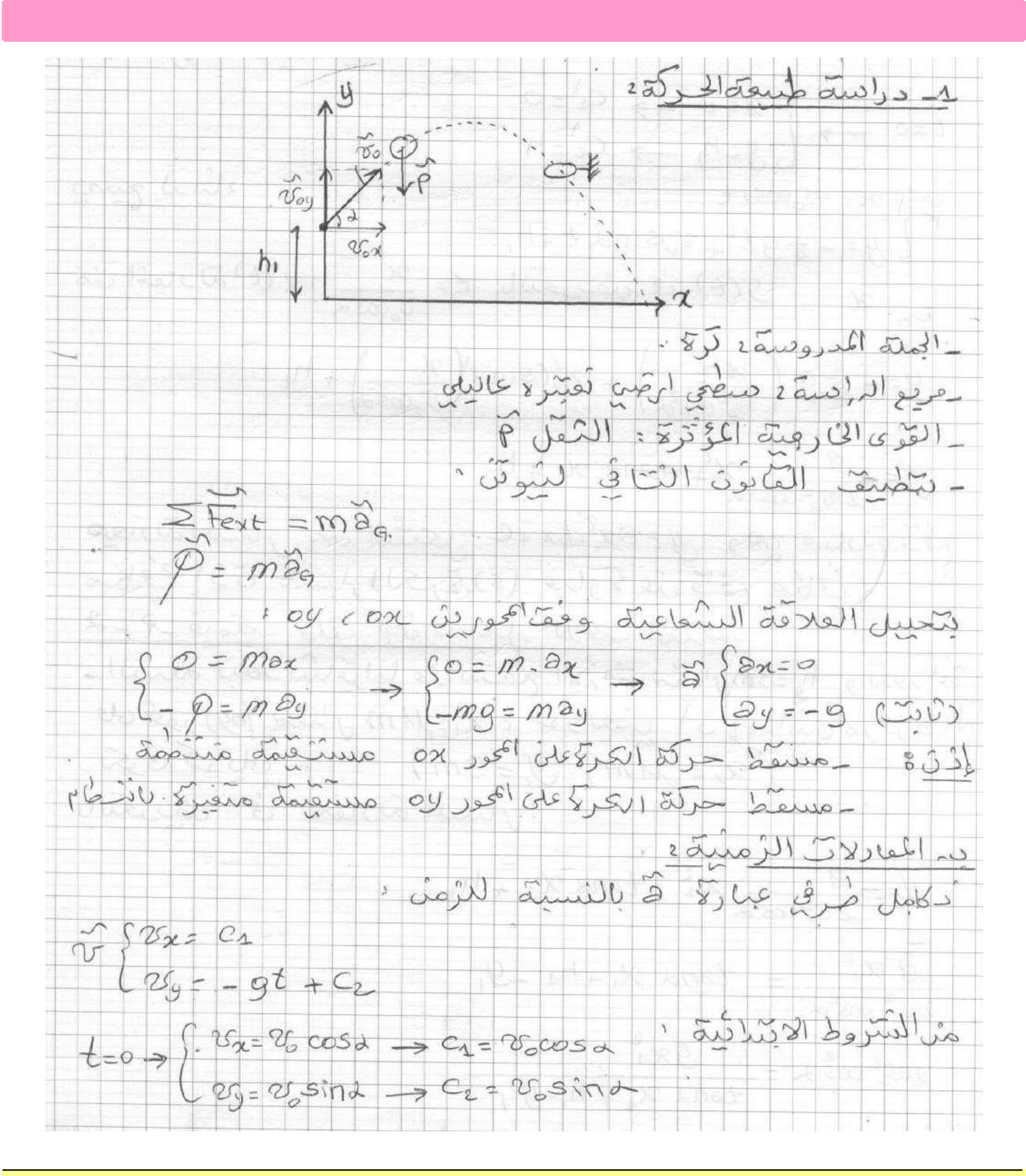
ب- ما هي المدة الزمنية التي تستغرقها الكرة منذ لحظة قذفها من طرف اللاعب إلى غاية دخولها السلة .

جـ- أحسب سرعة الكرة لحظة مرورها بمركز السلة و كذا الزاوية β التي يصنعها مع الأفق .

3- بإهمال نصف قطر الكرة أمام أبعاد أرضية الملعب ، أوجد موقع سقوط الكرة على الأرض ، بالنسبة إلى اللاعب (A) .

4- نفرض أن اللاعب (B) من الفريق المنافس يقف بين اللاعب (A) و السلة وذلك على بعد $L' = 1$ m من اللاعب (A) ويحاول اعتراض مسار الكرة بالقفز شاقوليا رافعا يديه إلى الأعلى حيث تبلغ أطراف أصابعه الإرتفاع $h_3 = 3.2$ m ، فإذا قذف اللاعب (A) الكرة بنفس السرعة السابقة v_0 . فهل يتمكن من تسجيل الهدف هذه المرة . اشرح .

أجوبة مفصلة



1- دراسة طبيعة الحركة:

- الجملة المدروسة: كرة.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} = m\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين ox ، oy :

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ -P = ma_y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = m.a_x \\ -mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \ (\text{ثابت}) \end{cases}$$

إذن: - مسقط حركة الكرة على المحور ox مستقيمة منتظمة

- مسقط حركة الكرة على المحور oy مستقيمة متغيرة بانتظام

ب- المعادلات الزمنية:

- بتكامل طرفي عبارة $\vec{a}$ بالنسبة للزمن:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_y = v_0 \sin\alpha \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

تصبح لدينا :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0\sin\alpha \end{cases}$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha\, t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \longrightarrow \begin{cases} x=0 \longrightarrow C_1'=0 \\ y=h_1 \longrightarrow C_2'=h \end{cases}$$

تصبح لدينا :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0\cos\alpha\, t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\, t + h_1 \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$ بالتعويض في $y(t)$

$$y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha}\right) + v_0\sin\alpha\left(\frac{x}{v_0\cos\alpha}\right) + h_1$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + \tan\alpha\, x + h_1$$

هي معادلة المسار من الشكل $y = ax^2+bx+c$ وهي معادلة قطع مكافئ إذن مسار الكرة (S) عبارة عن قطع مكافئ .

2 - أ - قيمة v_0 حتى يسجل اللاعب الهدف :

- السلة تبعد شاقوليا عن سطح الأرض بمقدار $h_2=3m$ وتبعد أفقيا على المحور (oy) بمقدار $x_1=11m$ ، معنى ذلك أن إحداثيي مركزها N تكون كما يلي $(x_1=11m,\ y_1=3m)$

بالتعويض في معادلة المسار :

$$y_1 = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_1^2 + \tan\alpha\, x_1 + h_1$$

$$\frac{g\,x_1^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} = \tan\alpha\, x_1 + h_1 - y_1$$

$$2v_0^2\cos^2\alpha = \frac{g x_1^2}{\tan\alpha\, x_1 + h_1 - y_1}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{g x_1^2}{2\cos^2\alpha\,(\tan\alpha\, x_1 + h_1 - y_1)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{10 \times (11)^2}{2.\cos^2 45\,((\tan 45 \times 11) + 2 - 3)}} = 11\ m/s$$

ب- المدة الزمنية المستغرقة حتى بلوغ مركز السلة :

لدينا :

$$t = t_N \longrightarrow x = x_1 = x_N = 11m$$

بالتعويض في المعادلة $x(t)$:

$$x_N = v_0 \cos\alpha\, t_N \rightarrow t_N = \frac{x_N}{v_0 \cos\alpha}$$

$$t_N = \frac{11}{11 \times \cos 45} = 1,41\ s$$

د- سرعة الكرة لحظة مرورها بمركز السلة N :

لدينا : $t_N = 1,41s$ بالتعويض في $\vec{v}(t)$:

$$\vec{v}_N \begin{cases} v_{xN} = v_0 \cos\alpha = 11.\cos 45^\circ = 7,78\ m/s \\ v_{yN} = -g\,t_N + v_0 \sin\alpha = -(10 \times 1,41) + 11.\sin 45 = -6,32\ m/s \end{cases}$$

إذن :

$$v_N = \sqrt{(7,78)^2 + (-6,32)^2} \simeq 10\ m/s$$

- الزاوية التي يصنعها $\vec{v}_1$ مع الأفق :

$$\tan\beta = \frac{|v_{Ny}|}{v_{Nx}} = \frac{|-6,32|}{7,78} = 0,81 \rightarrow \beta = 39^\circ$$

$\vec{v}_{Nx}$ ، $\vec{v}_{Ny}$ ، $\vec{v}_N$ ، β

4- إمكانية تسجيل الهدف أم لا :

- اللاعب (B) يبعد عن اللاعب (A) الموجود في مبدأ المعلم بمقدار $x_2 = 1m$ ، هذا يعني أن فاصلة النقطة (B) التي تنتمي إلى المحور (ox) والموافقة للموضع الموجود على أرضية الملعب والذي تقفز منه اللاعب (B) هي $x_B = x_2 = 1\ m$

- اللاعب (B) تبلغ أطراف أصابعه علو لا يتعدى $h_3 = 3,2m$ ،

ومنه إذا مرت الكرة فوق هذا العلو لا يمكن لهذا اللاعب أن يتصدى لها وبالتالي تسجل الهدف ، بينما إذا مرت الكرة على علو يساوي أو أقل من الارتفاع $h_3 = 3m$ الذي تبلغه أصابع اللاعب (B) عند قفزه ، فإنه يمكنه أن يتصدى للكرة وبالتالي يمنع اللاعب (A) من تسجيل الهدف .

إذن لمعرفة امكانية تسجيل الهدف أم لا ، نحسب علو الكرة عن الأرض في النقطة التي تنتمي إلى مسار الكرة و لها نفس فاصلة النقطة B التي تنتمي إلى المحور ox والموافقة للموضع الذي قفز منه اللاعب (B)

- بتعويض $x_B = 1\,m$ في معادلة المسار $y(x)$:

$$y_B = \frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x_2 + \tan\alpha\, x_2 + h_1$$

$$y_B = \frac{-10}{2\times(11)^2\cdot\cos^2 45}(1)^2 + \tan 45^\circ(1) + 2 = 2{,}94\,m$$

وهو علو الكرة عن الأرض في الموضع الذي قفز منه اللاعب B

- نلاحظ أن علو الكرة أقل من أقصى علو تبلغه أطراف أصابع اللاعب B $(2{,}94 < 3{,}2)$ ، نستنتج أن اللاعب (B) يمكنه التصدي للكرة وبالتالي الهدف لا يسجل .

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

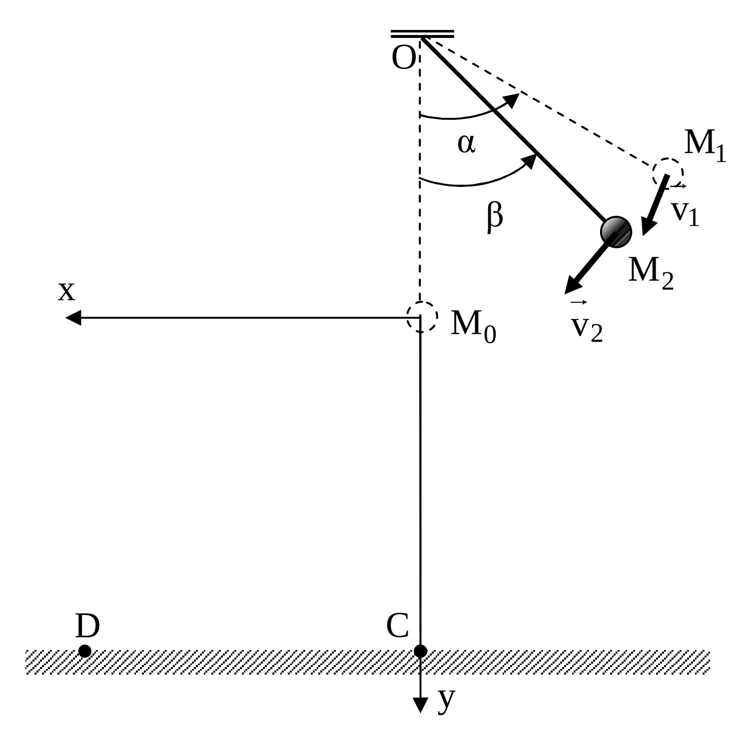
3AS U05 - Exercice 043

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

يتكون نواس بسيط من كرية نعتبرها نقطية كتلتها $m = 100\ g$ معلقة بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط ، طوله $\ell = 0.5\ m$ ، يزاح النواس عن وضع توازنه المستقر بزاوية $\alpha = 60°$ ، ثم تدفع الكرية بسرعة $v_1 = 2\ m/s$ حاملها عمودي على الخيط و يقع في المستوي الشاقولي الذي يحتوي على (OM_0) (الشكل) .



1- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرية) بين اللحظتين t_1 ، t_2 الموافقتين للوضعين (M_1) ، (M_2) أوجد عبارة سرعة الكرية v_2 عند الموضع M_2 يعبر عنها بالعلاقة التالية ثم أحسب قيمتها من أجل $\beta = 30°$:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell\,(\cos\beta - \cos\alpha)}$$

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد عبارة شدة توتر الخيط T في الوضع M_2 بدلالة m ، g ، v_2 ، β ثم احسب T من أجل $\beta = 30^0$.

3- أحسب سرعة الكرية v_0 لحظة مرورها بوضع التوازن (M_0) .

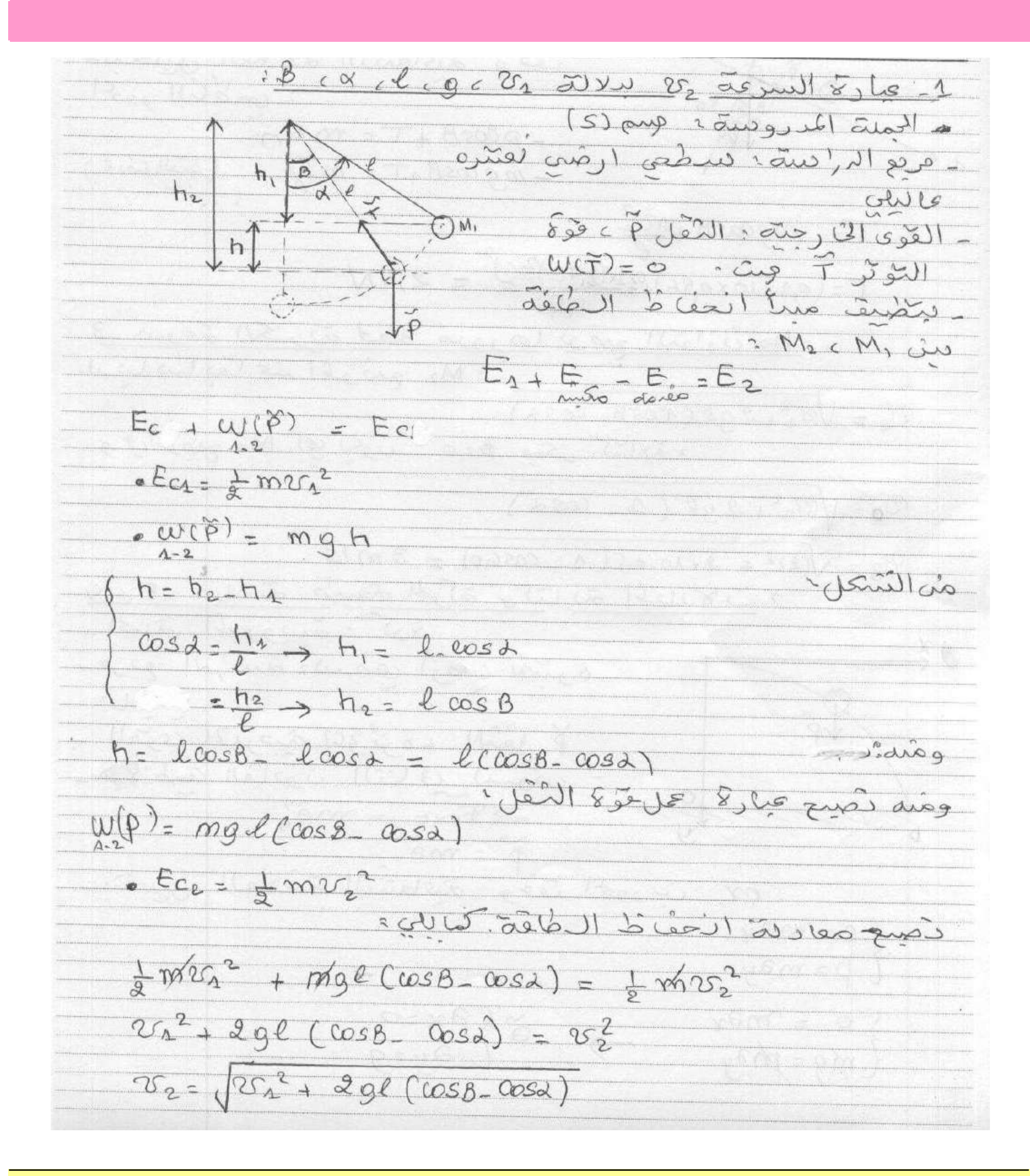
4- في اللحظة التي تصل فيها الكرية إلى النقطة (M_0) ينقطع الخيط فتواصل الكرة حركتها و تسقط على الأرض عند النقطة (D) (الشكل) .

أ- أدرس طبيعة حركة الكرية بعد انقطاع الخيط في المعلم $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy})$ و اكتب المعادلتين الزمنيتين $x\ (t)$ ، $y\ (t)$ ، ثم معادلة المسار $y\ (x)$ ، نعتبر مبدأ الأزمنة لحظة انقطاع الخيط عند الموضع M_0 .

ب- أحسب المسافة (CD) علما أن $M_0C = 1.25\ m$.

يعطى : $\cos30° = 0.86$ ، $g = 10\ m/s^2$

حل التمرين



1- عبارة السرعة v_2 بدلالة v_1 ، g ، l ، α ، β :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية : الثقل $\vec{P}$ ، قوة التوتر $\vec{T}$ حيث : $W(\vec{T})=0$
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين M_1 ، M_2 :

$$E_1 + E_{مكتسبة} - E_{مفقودة} = E_2$$

$$E_c + W_{1-2}(\vec{P}) = E_c$$

- $E_{c1} = \frac{1}{2} m v_1^2$
- $W_{1-2}(\vec{P}) = mgh$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = h_2 - h_1 \\ \cos\alpha = \frac{h_1}{l} \rightarrow h_1 = l\cos\alpha \\ \quad = \frac{h_2}{l} \rightarrow h_2 = l\cos\beta \end{cases}$$

ومنه :

$$h = l\cos\beta - l\cos\alpha = l(\cos\beta - \cos\alpha)$$

ومنه تصبح عبارة عمل قوة الثقل :

$$W_{1-2}(\vec{P}) = mgl(\cos\beta - \cos\alpha)$$

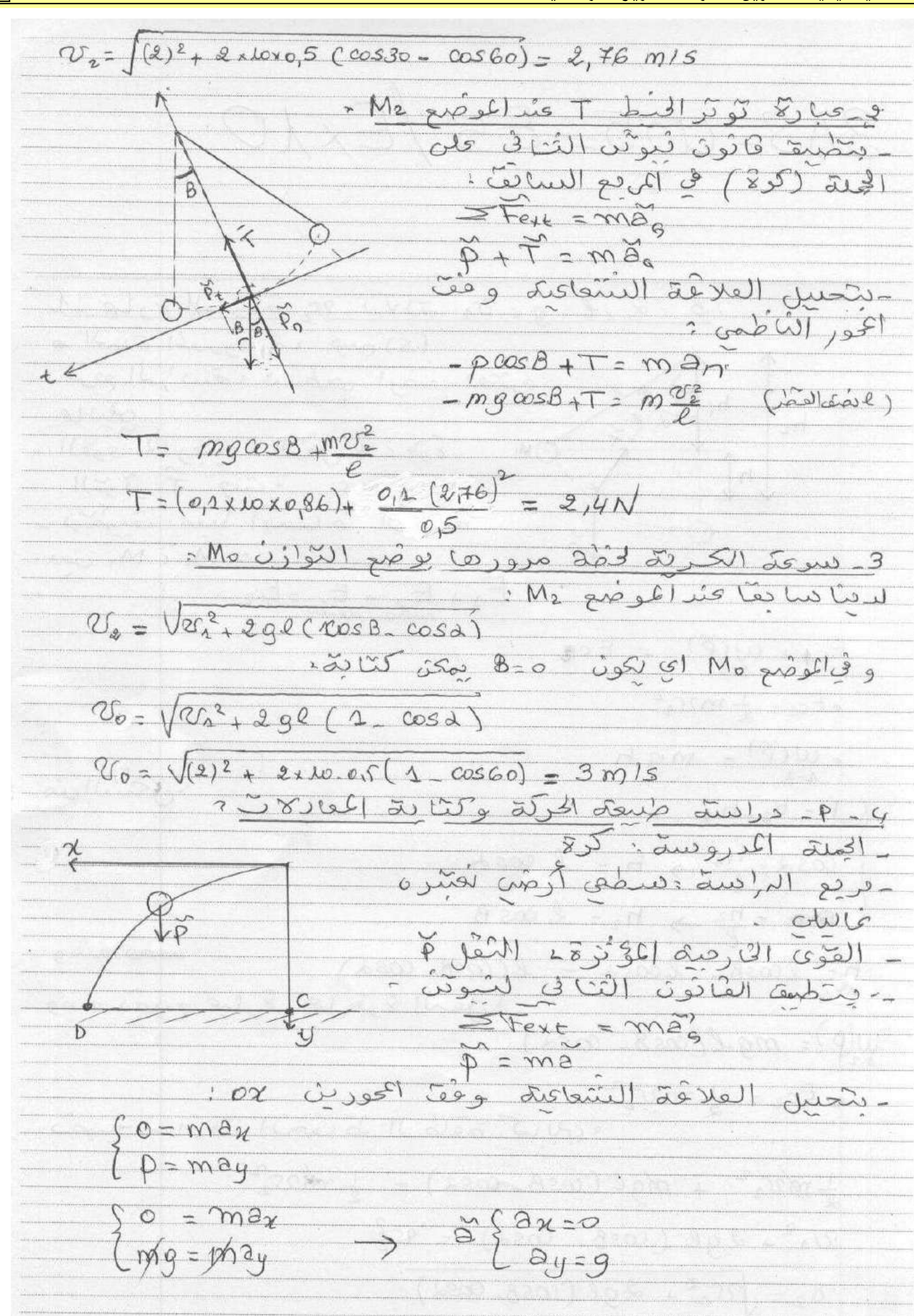
- $E_{c2} = \frac{1}{2} m v_2^2$

تصبح معادلة انحفاظ الطاقة كما يلي :

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + mgl(\cos\beta - \cos\alpha) = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$v_1^2 + 2gl(\cos\beta - \cos\alpha) = v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2gl(\cos\beta - \cos\alpha)}$$



$v_2 = \sqrt{(2)^2 + 2\times10\times0,5\,(\cos30 - \cos60)} = 2,76\ m/s$

- عبارة توتر الخيط T عند الموضع M_2:
- بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (كرة) في المرجع السابق:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}_G$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي:

$-P\cos\beta + T = m a_n$

$-mg\cos\beta + T = m\frac{v_2^2}{\ell}$ (ℓ نصف القطر)

$T = mg\cos\beta + \frac{mv_2^2}{\ell}$

$T = (0,1\times10\times0,86) + \frac{0,1\,(2,76)^2}{0,5} = 2,4N$

3- سرعة الكرية لحظة مرورها بوضع التوازن M_0:

لدينا سابقا عند الموضع M_2:

$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell(\cos\beta - \cos\alpha)}$

وفي الموضع M_0 أي يكون $\beta = 0$ يمكن كتابة:

$v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2g\ell(1 - \cos\alpha)}$

$v_0 = \sqrt{(2)^2 + 2\times10\times0,5\,(1 - \cos60)} = 3\ m/s$

4- أ- دراسة طبيعة الحركة وكتابة المعادلات:
- الجملة المدروسة: كرة
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليليا.
- القوى الخارجية المؤثرة الثقل $\vec{P}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

$\vec{P} = m\vec{a}$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين Ox:

$\begin{cases} 0 = m a_x \\ P = m a_y \end{cases}$

$\begin{cases} 0 = m a_x \\ mg = m a_y \end{cases} \longrightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$

g ثابتة ومنه :

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة
- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متسارعة بانتظام :

- المعادلات الزمنية ومعادلة المسار :

لدينا سابقا :

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} v_x = c_1 \\ v_y = gt + c_2 \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية

$$t = 0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 = c_1 \rightarrow c_1 = v_0 \\ 0 = g(0) + c_2 \rightarrow c_2 = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = gt \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} x = v_0 t + c_1' \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + c_2' \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية

$$t = 0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x = 0 \rightarrow c_1' = 0 \\ y = 0 \rightarrow c_2' = 0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

- من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0}$ ، بالتعويض في $y(t)$:

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{v_0^2}\right) \rightarrow y = \frac{g}{2v_0^2} x^2$$

- المسافة (CD) :

من الشكل : $CD = x_D$ ، ولدينا $y_D = MC = 1,25m$ ، بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$1,25 = \frac{10}{2(3)^2}(CD)^2 \rightarrow CD = ...$$

$$CD = \sqrt{\frac{1,25 \times 2 \times (3)^2}{10}} = 1,5m$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

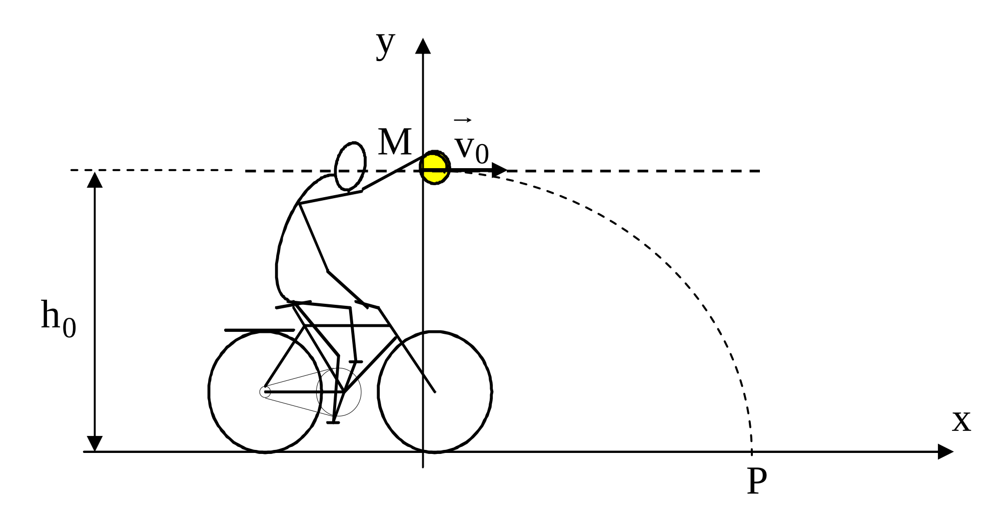
3AS U05 - Exercice 044

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

من موضع M ، ترك دراج كرة تنس كتلتها m تسقط في اللحظة $t = 0$ من نقطة ترتفع عن سطح الأرض بمقدار $h_0 = 1.8\ m$ و هو يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بسرعة $v = 2\ m.s^{-1}$ ، بالنسبة لمرجع سطحي أرضي منسوب إليه معلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ متعامد و باعتبار مقاومة الهواء مهملة و $g = 10\ m.s^{-2}$.



1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن . أدرس طبيعة حركة الكرة .

2- عين خصائص شعاع السرعة الإبتدائية $\vec{v}_0$ للكرة .

3- أوجد المعادلات الزمنية للحركة ثم استنتج معادلة المسار $y = f(x)$.

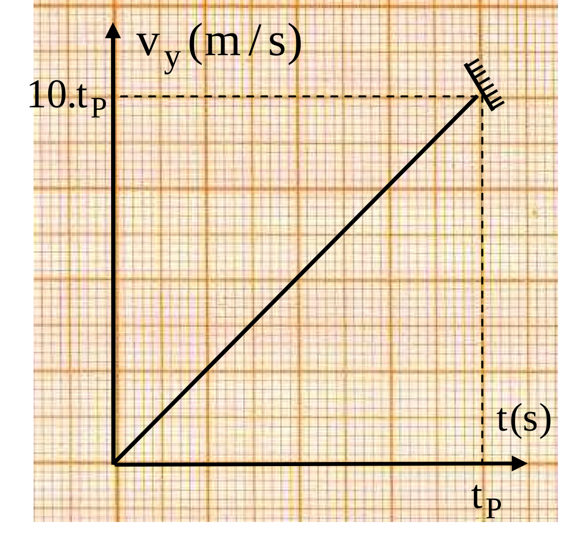
4- اعتمادا على المنحنى $v_y(t)$ المقابل أوجد t_P لحظة وصول الكرة إلى الأرض في الموضع P .

5- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة + أرض) ، بين أن عبارة سرعة الكرة عند وصولها لسطح الأرض تعطى بالعبارة :



$$v_P = \sqrt{v_0^2 + 2\,g.h_0}$$

- نعتبر المستوي الأفقي المار من P مرجعا لحساب الطاقة الكامنة الثقالية .



حل التمرين

1- دراسة طبيعة الحركة :

- الجملة المدروسة : كرة

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي

- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox ، oy :

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ -P = ma_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ -mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

g ثابتة ومنه :

- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة

- مسقط حركة الكرة على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .

2- خصائص $\vec{v}_0$:

بالنسبة للمرجع الأرضي المختار ، تملك الكرة نفس سرعة الدراج ، وعندما يتركها تسقط تكون مميزات شعاع السرعة الابتدائية v_0 كما يلي :

- نقطة التأثير : موضع ترك الكرة

- المنحى : أفقي

- الجهة : جهة حركة الدراج ؛

- الطويلة : هي نفسها سرعة الدراج أي : $v_0 = 2m/s$.

3- المعادلات الزمنية للحركة ومعادلة المسار :

لدينا سابقا :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

نكامل الطرفين بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow \vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

بالتعويض:

$$\begin{cases} v_0 = C_1 \longrightarrow C_1 = v_0 \\ 0 = -g(0) + C_2 \longrightarrow C_2 = 0 \end{cases}$$

يصبح:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -gt \end{cases}$$

بتكامل الطرفين بالنسبة للزمن:

$$\begin{cases} x = v_0 t + C_1' \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + C_2' \end{cases}$$

- من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow \vec{r}\begin{cases} x = 0 \longrightarrow C_1' = 0 \\ y = h_0 \longrightarrow C_2' = h_0 \end{cases}$$

يصبح:

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + h_0 \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0}$ بالتعويض في $y(t)$:

$$y = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x^2}{v_0^2}\right) + h_0$$

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} x^2 + h_0$$

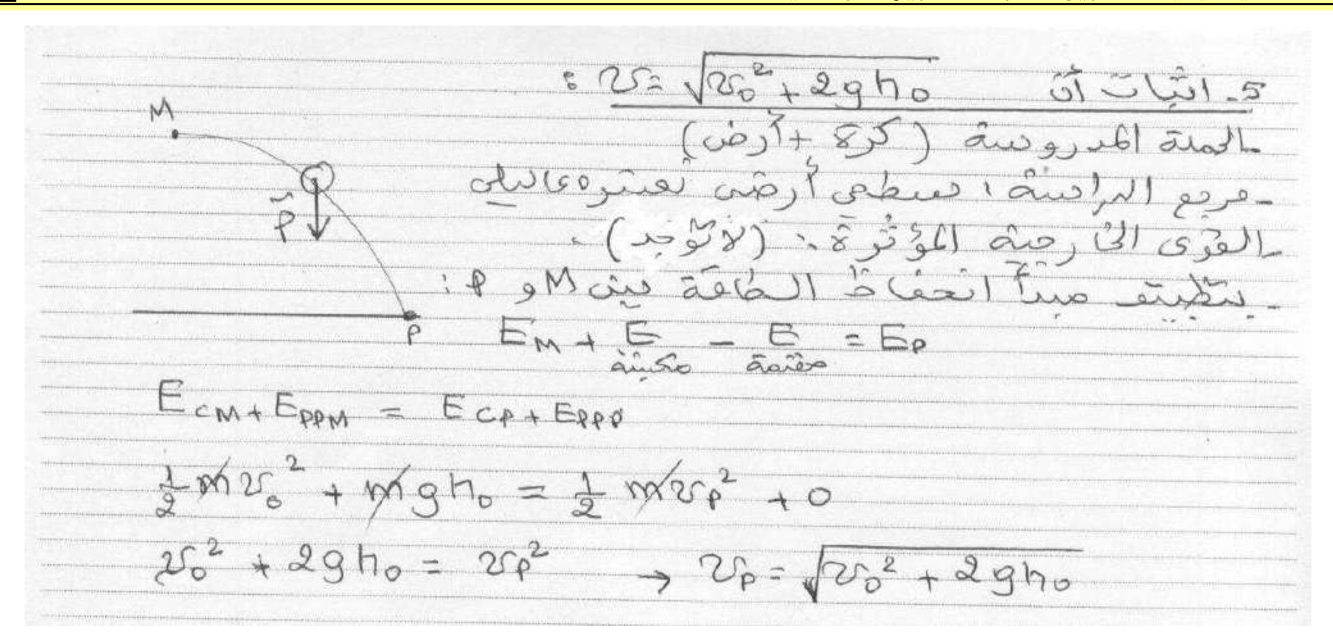
4- لحظة وصول الكرة إلى الأرض في الموضع P :

h_0 هي المسافة التي تقطعها الكرة على المحور oy بين اللحظتين $t=0$ ولحظة بلوغ الذروة t_P أي:

$$h_0 = S = \frac{10 t_P \times t_P}{2}$$

$$h_0 = \frac{10 t_P^2}{2} \rightarrow h_0 = 5 t_P^2 \rightarrow t_P = \sqrt{\frac{h_0}{5}}$$

$$t_P = \sqrt{\frac{1{,}8}{5}} \rightarrow t_P = 0{,}6\,s$$



5- اثبات أن : $v_P = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}$

- الجملة المدروسة (كرة + أرض)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليليا
- القوى الخارجية المؤثرة : (لا توجد).
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين M و P :

$$E_M + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مفقودة}} = E_P$$

$$E_{cM} + E_{ppM} = E_{cP} + E_{ppP}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh_0 = \frac{1}{2} m v_P^2 + 0$$

$$v_0^2 + 2gh_0 = v_P^2 \rightarrow v_P = \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 045

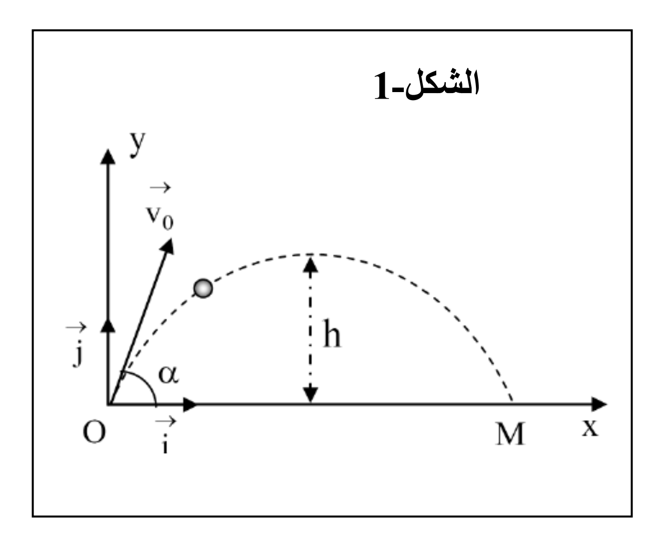
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

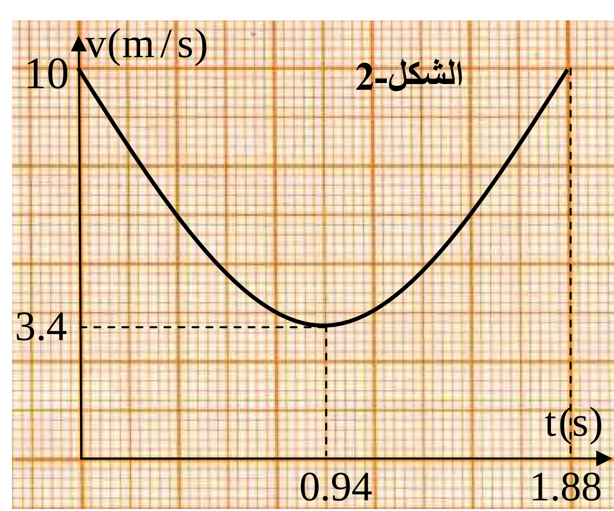
السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

نقذف عند اللحظة $t = 0$ جسم صلب (S) ، كتلته m و مركز عطالته G ، بسرعة ابتدائية v_0 يصنع شعاعها الزاوية α مع المحور ox كما مبين على (الشكل-1) . نهمل كل من مقاومة الهواء و دافعة أرخميدس .

يمثل (الشكل-2) تغيرات قيمة سرعة القذيفة بدلالة الزمن .





1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أدرس طبيعة حركة الجسم (S) على المحورين ox ، oy .

2- أوجد من البيان :

أ- قيمة v_0 .

ب- قيمتي v_{0x} مركبة شعاع السرعة $\vec{v}_0$ على المحور ox .

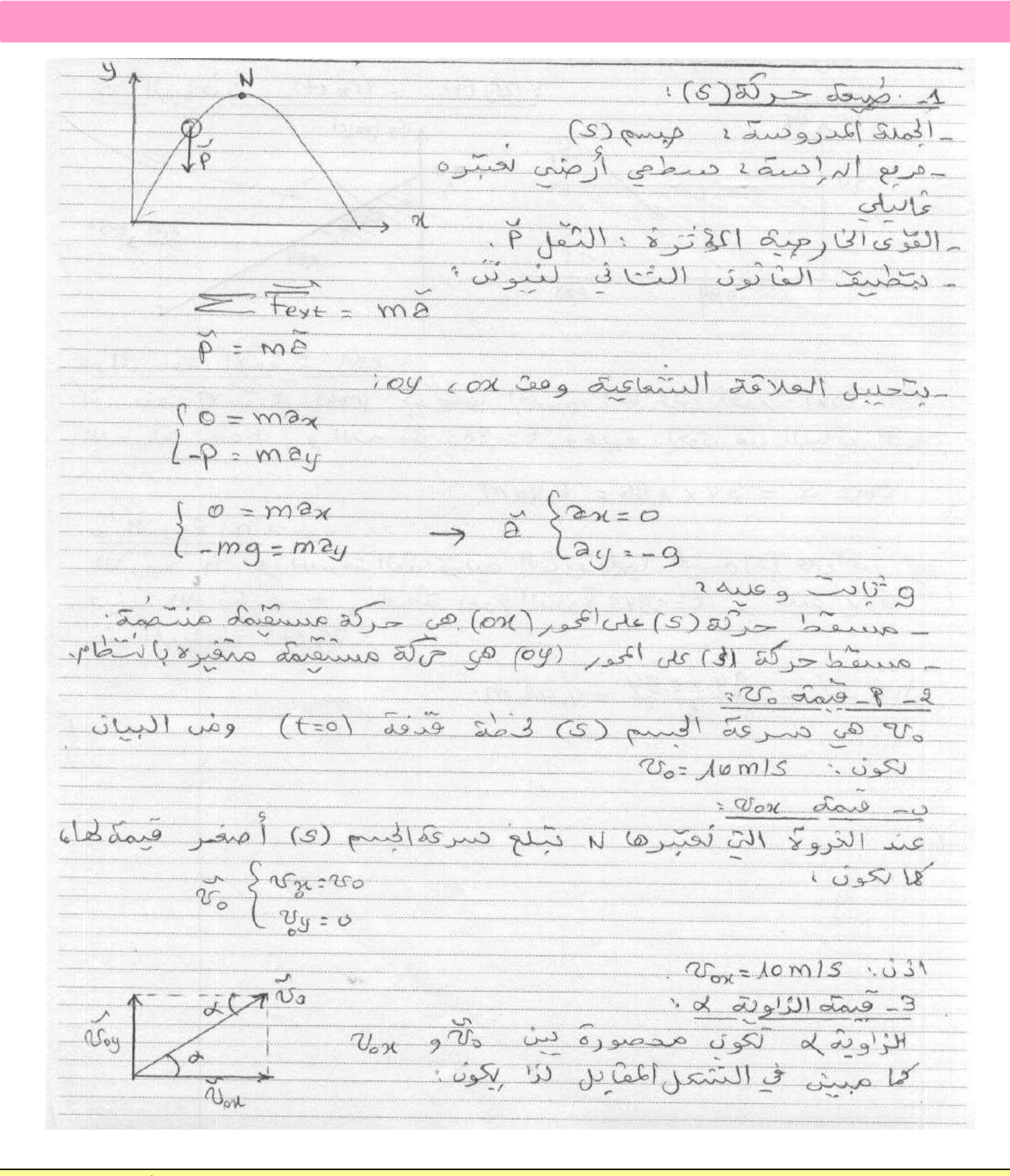
3- استنتج قيمة كل من الزاوية α الذي قذف بها الجسم (S) و قيمة v_{0y} مركبة شعاع السرعة $\vec{v}_0$ على المحور oy .

4- مثل بشكل كيفي المنحنيين $v_x(t)$ ، $v_y(t)$ في المجال الزمني $(0 \le v_0 \le 1.88\ s)$.

5- استنتج من المنحنيين السابقين المسافة الأفقية OM و المسافة الشاقولية h .

يعطى : $\cos70° = 0.34$ ، $\sin70° = 0.94$.

حل التمرين



1- طبيعة حركة (S):

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق ox، oy :

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -P = m a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -mg = m a_y \end{cases} \rightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

g ثابت وعليه،

- مسقط حركة (S) على المحور (ox) هي حركة مستقيمة منتظمة.
- مسقط حركة (S) على المحور (oy) هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام.

2- أ- قيمة v_0 :

v_0 هي سرعة الجسم (S) لحظة قذفه (t=0) ومن البيان يكون : $v_0 = 10\,m/s$

ب- قيمة v_{0x} :

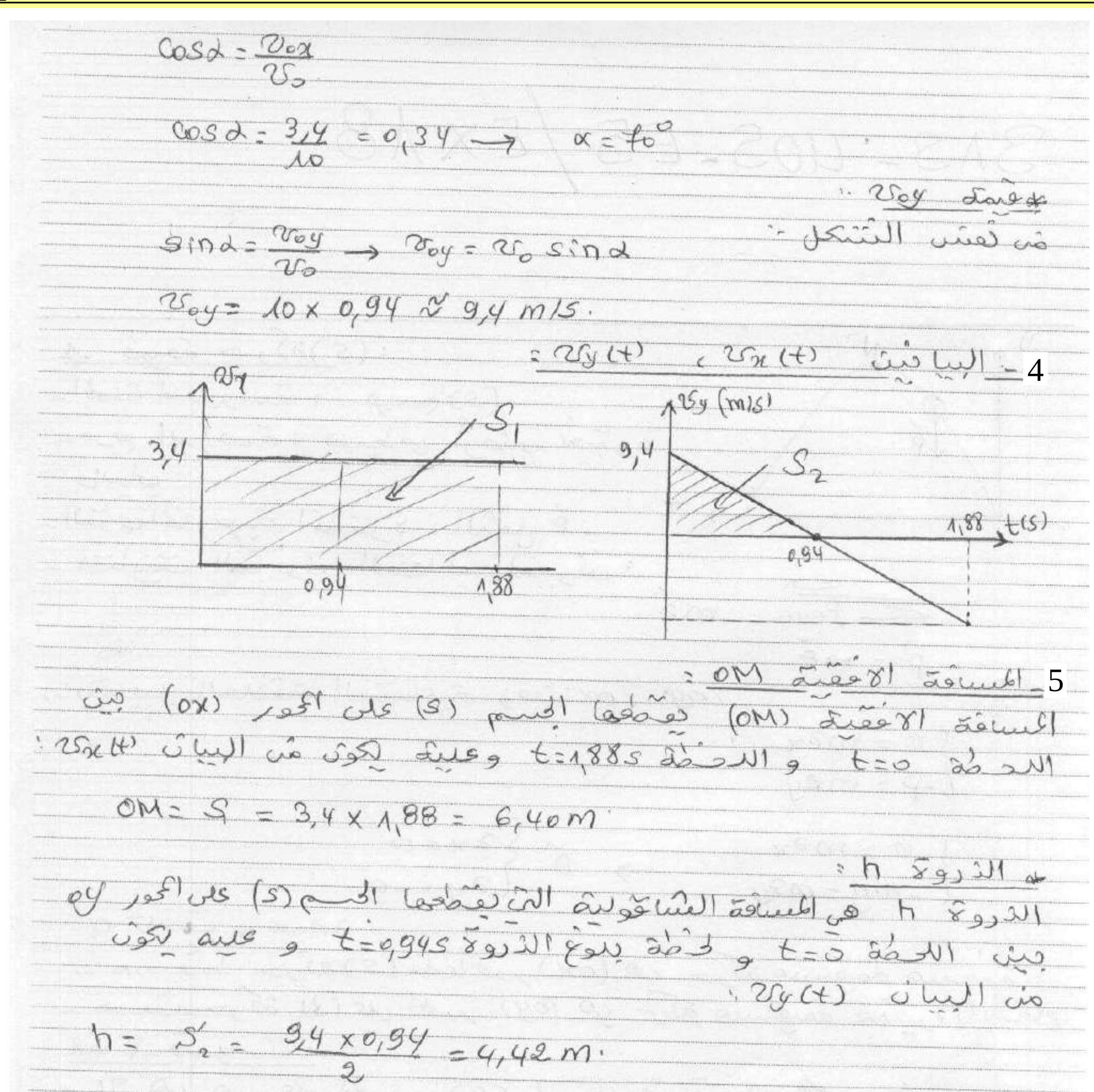
عند الذروة التي نعتبرها N تبلغ سرعة الجسم (S) أصغر قيمة لها، كما يكون :

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = 0 \end{cases}$$

إذن : $v_{0x} = 10\,m/s$

3- قيمة الزاوية α :

الزاوية α تكون محصورة بين $\vec{v}_0$ و v_{0x} كما مبين في الشكل المقابل لذا يكون :



$$\cos\alpha = \frac{v_{0x}}{v_0}$$

$$\cos\alpha = \frac{3,4}{10} = 0,34 \rightarrow \alpha = 70^\circ$$

قيمة v_{0y} :

من نفس الشكل :

$$\sin\alpha = \frac{v_{0y}}{v_0} \rightarrow v_{0y} = v_0 \sin\alpha$$

$$v_{0y} = 10 \times 0,94 \simeq 9,4\ m/s.$$

4- البيانين $v_x(t)$ ، $v_y(t)$:

5- المسافة الأفقية OM :

المسافة الأفقية (OM) يقطعها الجسم (S) على المحور (ox) بين اللحظة $t=0$ و اللحظة $t=1,88s$ وعليه يكون من البيان $v_x(t)$:

$$OM = S = 3,4 \times 1,88 = 6,40\ m$$

- الذروة h :

الذروة h هي المسافة الشاقولية التي يقطعها الجسم (S) على المحور oy بين اللحظة $t=0$ و لحظة بلوغ الذروة $t=0,94s$ و عليه يكون من البيان $v_y(t)$:

$$h = S_2 = \frac{9,4 \times 0,94}{2} = 4,42\ m.$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

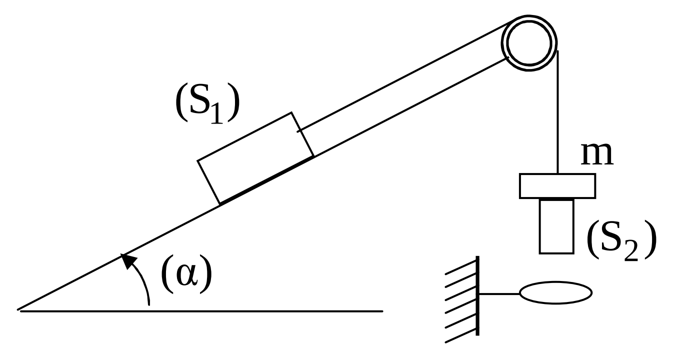
3AS U05 - Exercice 046

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

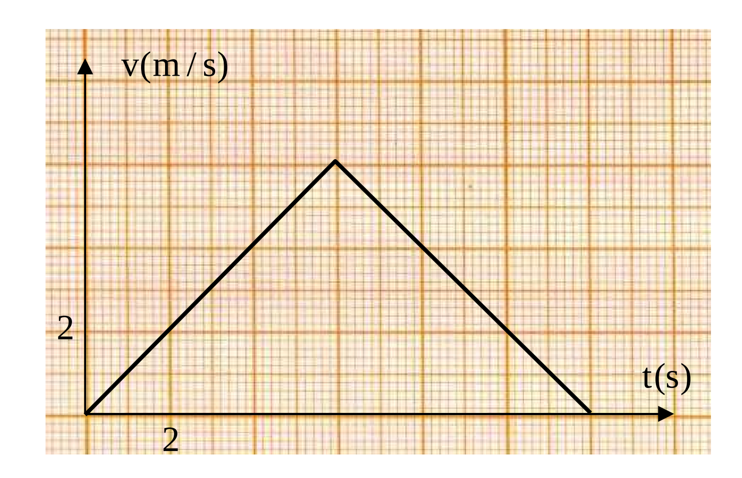
السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

ينزلق جسم صلب (S_1) كتلته $m_1 = 1.1\ kg$ بدون احتكاك على مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ ، يربط هذا الجسم بخيط عديم الامتطاط و مهمل الكتلة ، يمر على محز بكرة مهملة الكتلة و تدور حول محورها الأفقي بدون احتكاك . يربط الطرف الثاني للخيط بجسم صلب S_2 كتلته m_2 يتحرك شاقوليا و يحمل كتلة إضافية مجنحة m كما مبين في الشكل المقابل :



تترك الجملة دون سرعة ابتدائية ، و عند مرور الجسم (S_2) عبر الحلقة تحجز هذه الأخيرة الكتلة m و تواصل الجملة حركتها من دون الكتلة m . البيان المرفق يمثل تغيرات السرعة اللحظية للجسم (S_1) بدلالة الزمن .



1- بالاعتماد على البيان أوجد في كل طور :

- طبيعة حركة الجسم (S_1) .
- تسارع الجسم (S_1) .
- المسافة الكلية التي يقطعها الجسم (S_1) .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد العبارة الحرفية لتسارع الجسم (S_1) في كل طور .

3- بالاعتماد على الدراسة البيانية و النظرية أوجد كتلة كل من الجسم (S_2) و الكتلة الإضافية m .

يعطى : $g = 10\ m/s^2$.

حل التمرين

1- طبيعة حركة (S) في كل مرحلة، التسارع والمسافة المقطوعة؟

المرحلة I:

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ معادلته من الشكل $v = at$، وكون أن السرعة متزايدة، فالحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.

$$a = \frac{6\times1}{3\times2} = 1\ m/s^2$$

$$d_1 = S_1 = \frac{6\times6}{2} = 18\ m$$

المرحلة II:

المنحنى $v(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل $v = at + b$، وكون أن السرعة متناقصة، فالحركة مستقيمة متباطئة بانتظام.

$$a = -\frac{6\times1}{3\times2} = -1\ m/s^2$$

$$d_2 = S'_2 = \frac{6\times6}{2} = 18\ m$$

2- العبارة الحرفية لتسارع الجسم (S) في كل مرحلة:

المرحلة I:

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- الجسم (S_1):
- القوى الخارجية المؤثرة: قوة الثقل $\vec{P}_1$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة التوتر
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_1$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m_1 \vec{a}_1$$

بتحليل العلاقة الشعاعية على المحور ox:

$$-P_1 \sin\alpha + T = m_1 a_1 \quad \text{------} (1)$$

- الجسم (S_2):
- القوى الخارجية المؤثرة: قوة الثقل $\vec{P}_2$، قوة التوتر $\vec{T}'$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec{F}_{ext} = (m_2+m)\vec{a}_1$$

(الجسم (S_1) ، (S_2) لهما نفس التسارع في كل لحظة) أي $a_1(S_1)=a_1(S_2)$

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2' = (m_2+m)\vec{a}_1$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور ox :

$$P_2 - T' = (m_2+m)a_1$$

$$m_2 g - T' = (m_2+m)a_1 \quad ......(2)$$

بجمع العلاقتين (1) ، (2) مع الأخذ بعين الاعتبار $(T=T')$ ، لكون

$$P_2 - P_1\sin\alpha = (m_1+m_2+m)a_1$$

$$(m_2+m)g - m_1 g\sin\alpha = (m_1+m_2+m)a_1$$

$$a_1 = \frac{(m_2+m)g - m_1 g.\sin\alpha}{m_1+m_2+m}$$

وهي عبارة تسارع مركز عطالة (S_1) في الطور الأول وهي نفسها عبارة مركز عطالة الجسم (S_2) في نفس الطور :

الطور الثاني :

في هذا الطور تنفصل الكتلة m على الجملة (m_2+m) ، وبالتالي لكي نحصل على عبارة تسارع مركز عطالة الجسمين (S_1) ، (S_2) في هذا الطور نحذف m من عبارة التسارع السابقة حيث نجد :

$$a_2 = \frac{m_2 g - m_1 g\sin\alpha}{m_1+m_2}$$

وهي عبارة تسارع الجسم (S_1) في الطور الثاني ، وهي نفسها عبارة تسارع مركز عطالة الجسم (S_2) في نفس الطور :

3- كتلة الجسم (S_2) :

في الطور الثاني لدينا من البيان :

$$a_2 = -1\ m/s^2$$

ولدينا من عبارة التسارع في هذا الطور :

$$(m_1+m_2)a_2 = m_2 g - m_1 g\sin\alpha$$

$$m_1 a_2 + m_2 a_2 = m_2 g - m_1 g\sin\alpha$$

$$m_2(a_2 - g) = -m_1 g\sin\alpha - m_1 a_2$$

$$m_2 = \frac{-m_1 g.\sin\alpha - m_1 a_2}{a_2 - g}$$

$$m_2 = \frac{-1{,}1\times 10\times \sin 30 - 1{,}1(-1)}{(-1)-10} = 0{,}4\ Kg = 400\ g$$

* قيمة الكتلة الإضافية (m) :

في الطور الاول لدينا من البيان :

$a_1 = 1\ m/s^2$

ولدينا من عبارة التسارع في هذا الطور :

$(m_1 + m_2 + m)a_1 = (m_2 + m)g - m_1 g \sin\alpha$

$(m_1 + m_2)a_1 + m a_1 = m_2 g + m g - m_1 g \sin\alpha$

$m(a_1 - g) = m_2 g - m_1 g \sin\alpha - (m_1 + m_2)g$

$$m = \frac{m_2 g - m_1 g \sin\alpha - (m_1 + m_2)g}{a_1 - g}$$

$$m = \frac{(0{,}4 \times 10) - (1{,}1 \times 10 \cdot \sin 38) - (1{,}1 + 0{,}4)1}{1 - 10} = 0{,}333\ Kg = 333\ g$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 047

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

عند اللحظة $t = 0$ نترك كرة تنس كتلتها $m = 57\ g$ لتسقط في الهواء ، ندرس حركة مركز العطالة للكرة في المرجع السطحي الأرضي المزود بالمعلم المستقيم $(O,\vec{k})$ حيث $\vec{k}$ شاقولي و موجه نحو الأسفل .

تظهر نتائج الدراسة أن سرعة مركز عطالة الكرة تحقق المعادلة التفاضلية التالية :

$$\frac{dv}{dt} = A - B.v^2$$

حيث : $A = 9.8\ m/s^2$ ، $B = 0.02\ m$.

تخضع الكرة أثناء سقوطها لقوة احتكاك ، شدتها تعطى بالعلاقة : $\|\vec{f}\| = k.v^2$.

1- ما هي القيمة الابتدائية لشدة هذه القوة ؟ كيف تتغير شدة القوة مع الزمن أثناء السقوط ؟

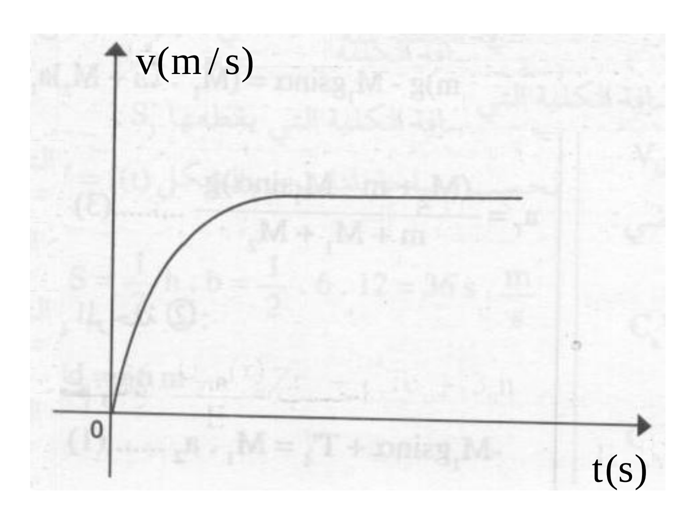
2- ما هي القوى الخارجية الأخرى المطبقة على الكرة ؟ هل تتغير شدة هذه القوى أثناء السقوط ؟

3- باستعمال المعادلة التفاضلية أوجد قيمة تسارع مركز عطالة الكرة عند اللحظة $t = 0$.

4- أكتب عند $t = 0$ قانون نيوتن الثاني و استنتج أنه يمكن اهمال إحدى القوى الخارجية المطبقة على الكرة أثناء دراسة حركتها .

5- باستعمال المعادلة التفاضلية ، أوجد قيمة السرعة الحدية v_ℓ .

6- إن المنحنى البياني الذي يمثل تغيرات السرعة v بدلالة الزمن له الشكل التالي :



أ- مثل المماس عند اللحظة $t = 0$ ، و كذا المستقيم المقارب للمنحنى عند $t \to \infty$ ، أكتب معادلة هذا الأخير .

ب- هي قيمة معامل توجيه هذا المستقيم ؟

ب- كيف نسمي اللحظة الموافقة لفاصلة نقطة تقاطع مماس المنحى $v(t)$ عند $t = 0$ و المستقيم المقارب لنفس المنحنى عند $t = \infty$ ، أوجد قيمة هذه اللحظة .

يعطى : $g = 9.8\ m/s^2$.

حل التمرين

1- القيمة الابتدائية لشدة قوة الاحتكاك:

- الكرة تسقط بدون سرعة ابتدائية ، أي:

$t=0 \rightarrow v=0$

وكون أن: $f=kv^2$ تكون شدة قوة الاحتكاك معدومة ،

- أثناء السقوط تكون حركة الكرة متسارعة أي السرعة تتزايد ، وعليه فشدة قوة الاحتكاك ($f=kv^2$) تتزايد أيضا .

2- القوى الخارجية الأخرى المطبقة على الكرة:

- الثقل $\vec{P}$ حيث $P=mg$
- دافعة أرخميدس $\vec{\Pi}$ حيث $\Pi=\rho_{air} V g$

- هاتين القوتين ($\vec{P}$ ، $\vec{\Pi}$) ثابتتين في الشدة كون أن ρ_{air}, g, m ثوابت وعليه فهي لا تتغير أثناء الحركة .

3- قيمة التسارع عند اللحظة $t=0$:

لدينا: $a_0 = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$

وعند اللحظة $t=0$ يكون $v=0$ ، بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$a_0 = A - B(0) \rightarrow a_0 = A = 9,8\ m/s^2$

4- قانون نيوتن عند $t=0$:

- بتطبيق قانون نيوتن على الجملة (كرة) في مرجع مرتبط بالأرض نعتبره غاليلي عند لحظة t:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{f} = m\vec{a}$$

- عند اللحظة $t=0$ يكون $\vec{f}=\vec{0}$ لأن في هذه اللحظة $\vec{v}=\vec{0}$

ومنه تصبح عبارة قانون نيوتن:

$$\vec{P} + \vec{\Pi} = m\vec{a}_{(t=0)}$$

- **اثبات أنه يمكن إهمال إحدى القوى الخارجية:**

- بتحليل العلاقة الشعاعية السابقة وفق المحور $(o,\vec{k})$ أي (03):

$$P - \Pi = m\, a_{(t=0)}$$

$$mg - \Pi = m\, a_{(t=0)}$$

$$g - \frac{\Pi}{m} = a_{(t=0)}$$

و وجدنا سابقاً $a_{(t=0)} = 9,8 \, m/s^2$ ، وحيث أن $g = 9,8 \, m/s^2$ يكون:

$$9,8 - \frac{\Pi}{m} = 9,8 \rightarrow -\frac{\Pi}{m} = 9,8 - 9,8 = 0 \rightarrow \Pi = 0$$

- إذن يمكن إهمال دافعة ارخميدس أمام القوى الأخرى.

5- قيمة السرعة الحدية:

لدينا المعادلة التفاضلية السابقة:

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv^2$$

عند النظام الدائم يكون $\frac{dv}{dt} = 0$ ، $v = v_e$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد:

$$0 = A - Bv_e \rightarrow Bv_e^2 = A \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{A}{B}}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{9,8}{0,02}} = 22,14 \, m/s$$

6- أ- تمثيل المماس عند $t=0$ والمستقيم المقارب للمنحنى عند $t = \infty$:

$v(m/s)$

v_{lim}

α

τ

$t(s)$

- معادلة المستقيم المقارب عند $t = \infty$ هي $v = v_{lim}$.

ب- معامل التوجيه عند اللحظة $t=0$ هو قيمة التسارع $\left(a = \frac{dv}{dt}\right)$ عند اللحظة $t=0$ ، إذن معامل التوجيه و الذي نعتبره $\tan\alpha$ عند اللحظة $t=0$ هو: $\tan\alpha = 9,8$.

- تسمى اللحظة الموافقة لنقطة تقاطع مماس المنحنى $v(t)$ عند $t=0$ والمستقيم المقارب لنفس المنحنى عند $t=\infty$ ، بالزمن المميز للسقوط τ

* قيمة τ:

- مما سبق، معامل التوجيه $(\tan\alpha)$ هو نفسه قيمة التسارع عند اللحظة $t=0$ وعليه يمكن كتابة اعتماداً على البيان:

$$a_0 = \tan\alpha = \frac{v_{lim}}{\tau} \rightarrow \tau = \frac{v_{lim}}{a_0}$$

$$\tau = \frac{22,14}{9,8} = 2,26 \, s$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 048

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2014/09/01

نص التمرين : (بكالوريا 2014 – علوم تجريبية) (**)

التمرين الرابع: (04 نقاط)

الشكل-4

نقذف في اللحظة $t=0$ جسما صلبا (S) نعتبره نقطة مادية كتلتها $m=400g$ على مستو أفقي بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$ من النقطة A نحو النقطة B حيث $AB=1,4m$.

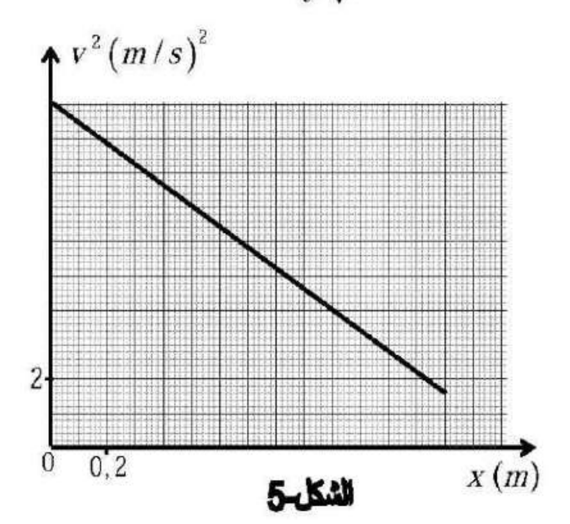
يخضع الجسم (S) أثناء حركته لقوى احتكاك تكافئ قوة معاكسة لجهة الحركة وثابتة الشدة $\vec{f}$ (الشكل-4).

1) أ- مثّل القوى الخارجية المطبقة على مركز عطالة الجسم (S).

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن أن المعادلة التفاضلية المميزة للحركة تعطى بالعبارة: $\frac{dv}{dt}=-\frac{f}{m}$.

جـ- باعتبار النقطة A مبدأ للفواصل، اكتب المعادلتين الزمنيتين $v(t)$ و $x(t)$ بدلالة: f، v_0 و m.

- استنتج العلاقة النظرية $v^2=f(x)$.



الشكل-5

2) المنحنى (الشكل– 5) يُمثّل تغيرات v^2 بدلالة x.

استنتج قيمة السرعة الابتدائية v_0 وشدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

3) يغادر الجسم (S) المستوي الأفقي AB في النقطة B بسرعة $\vec{v}_B$ ليسقط في الموضع E حيث $\overline{BD}=0,5m$.

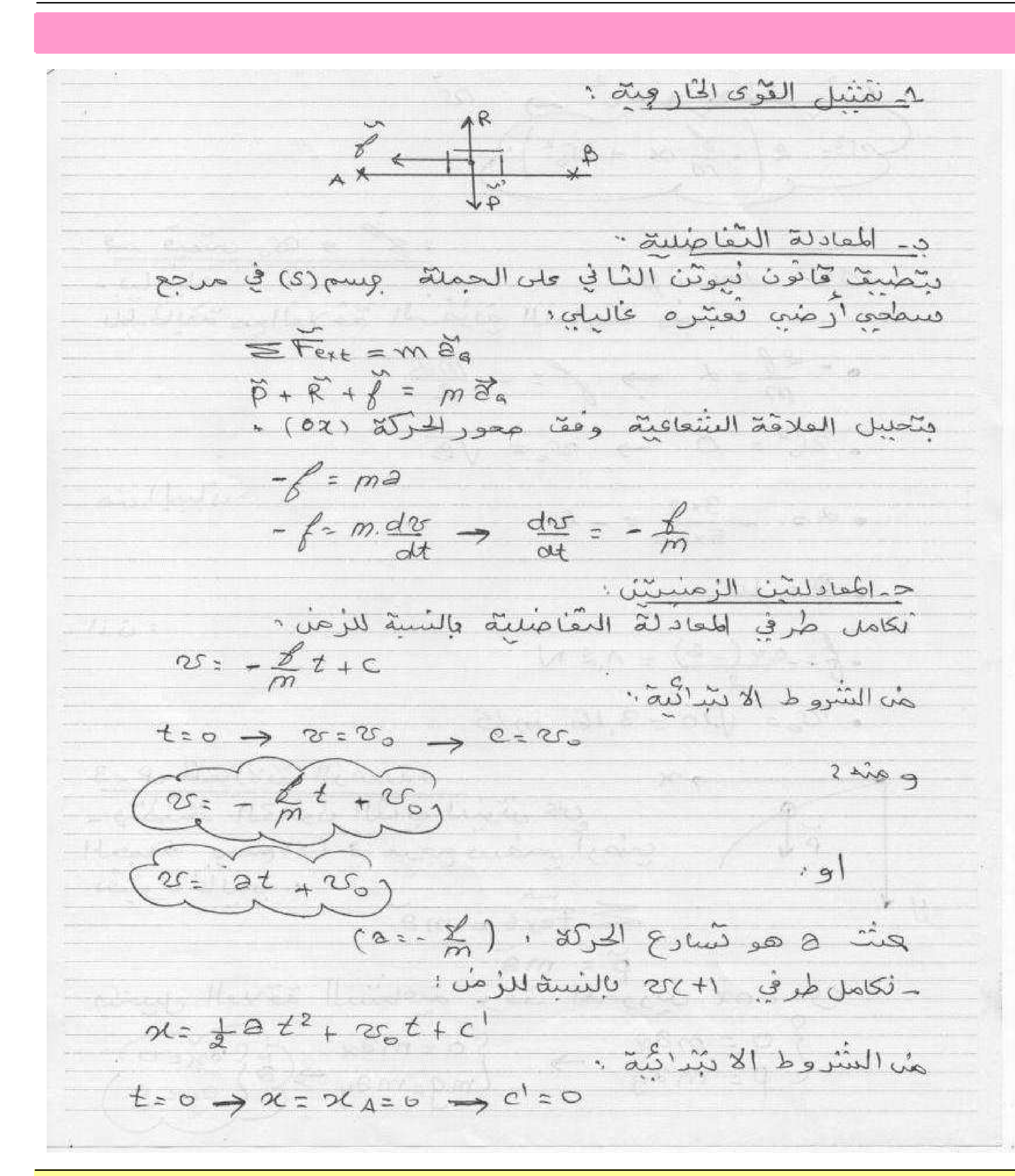
أ- ادرس طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) بعد مغادرته النقطة B في المعلم (Bx,By).

ب- اكتب معادلة مسار الحركة $y=f(x)$.

جـ- حدّد المسافة الأفقية DE وسرعة الجسم (S) في الموضع E.

يعطى $g=10m\cdot s^{-2}$، تهمل مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس.

حل التمرين



1- تمثيل القوى الخارجية:

ب- المعادلة التفاضلية:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (جسم (S)) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور الحركة (Ox):

$$-f = ma$$

$$-f = m\frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{dv}{dt} = -\frac{f}{m}$$

جـ- المعادلتين الزمنيتين:

نكامل طرفي المعادلة التفاضلية بالنسبة للزمن:

$$v = -\frac{f}{m}t + C$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow v=v_0 \rightarrow C=v_0$$

ومنه:

$$v = -\frac{f}{m}t + v_0$$

أو:

$$v = at + v_0$$

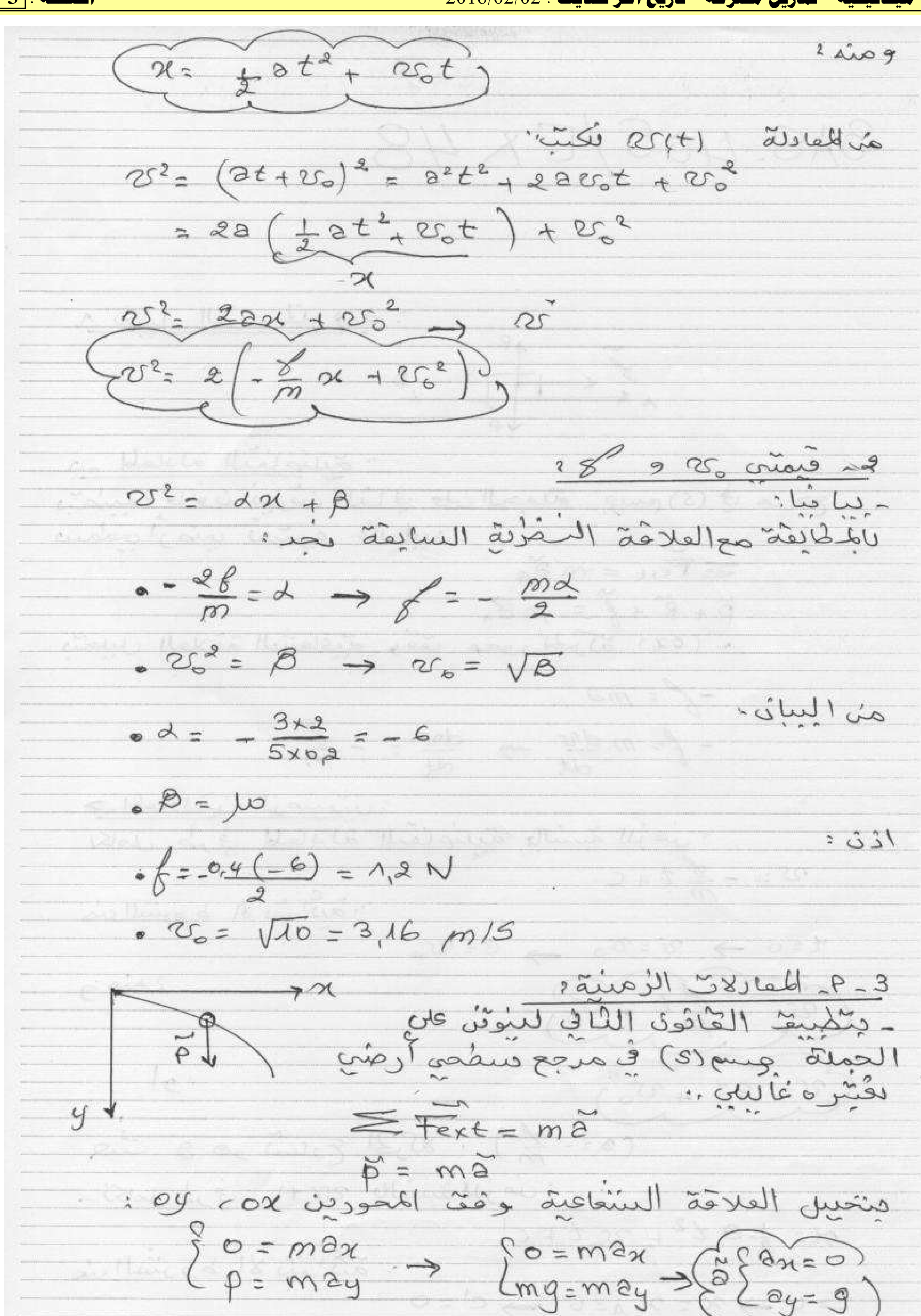
حيث a هو تسارع الحركة، $\left(a = -\frac{f}{m}\right)$

- نكامل طرفي (1) بالنسبة للزمن:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + C'$$

من الشروط الابتدائية:

$$t=0 \rightarrow x = x_A = 0 \rightarrow C'=0$$



ومنه:

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

من المعادلة $v(t)$ نكتب:

$$v^2 = (at + v_0)^2 = a^2t^2 + 2av_0t + v_0^2$$

$$= 2a\underbrace{\left(\frac{1}{2}at^2 + v_0 t\right)}_{x} + v_0^2$$

$$v^2 = 2ax + v_0^2 \rightarrow v$$

$$v^2 = 2\left(-\frac{f}{m}x + v_0^2\right)$$

جـ- قيمتي v_0 و f:

- بيانيا: $v^2 = \alpha x + \beta$

بالمطابقة مع العلاقة النظرية السابقة نجد:

- $-\frac{2f}{m} = \alpha \rightarrow f = -\frac{m\alpha}{2}$
- $v_0^2 = \beta \rightarrow v_0 = \sqrt{\beta}$

من البيان:

- $\alpha = -\frac{3\times2}{5\times0{,}2} = -6$
- $\beta = 10$

إذن:

- $f = -\frac{0{,}4(-6)}{2} = 1{,}2\ N$
- $v_0 = \sqrt{10} = 3{,}16\ m/s$

3- أ- المعادلات الزمنية:

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة جسم (S) في مرجع سطحي أرضي نعتبره غاليلي:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين ox ، oy :

$$\begin{cases} 0 = ma_x \\ P = ma_y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 = ma_x \\ mg = ma_y \end{cases} \rightarrow \vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = g \end{cases}$$

ومنه :
- مسقط حركة (S) على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة
- مسقط حركة (S) على المحور oy هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام متسارعة .

ب - معادلة المسار :

تكامل طرفي $\vec{a}(t)$:

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = +gt + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \rightarrow C_1 = v_0 \\ v_y = 0 \rightarrow C_2 = 0 \end{cases}$$

ومنه :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = +gt \end{cases}$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\vec{r}\begin{cases} x = v_0 t + C_1' \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow C_1'=0 \\ y=0 \rightarrow C_2'=0 \end{cases}$$

ومنه :

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$: $t = \frac{x}{v_0}$

بالتعويض في $y(t)$:

$$y = +\frac{1}{2}g\left(\frac{x^2}{v_0^2}\right)$$

$$y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$$

جـ - المسافة DE :

لدينا : $E\ (x_E = DE\ ,\ y_E = BD)$

بالتعويض في معادلة المسار :

$BD = \frac{g}{2v_0^2}(DE)^2 \rightarrow (DE) = \sqrt{\frac{2v_0^2(BD)}{g}}$

v_0 هي سرعة الجسم عند B وبالاعتماد على البيان :

$x = x_B = AB = 1,4\,m \rightarrow v_B^2 = v_0^2 = (2\times 0,8) = 1,6\,m/s$

ومنه :

$DE = \sqrt{\frac{2\times 1,6\times 0,5}{10}} = 0,4\,m$.

قيمة v_E :

لدينا $y_E = BD = 0,5\,m$ بالتعويض في $y(t)$:

$BD = \frac{1}{2}g t_E^2 \rightarrow t_E = \sqrt{\frac{2(BD)}{g}} = \sqrt{\frac{2\times 0,5}{10}} = 0,31\,s$

بالتعويض في $\vec{v}(t)$:

$v_{xE} = v_0 = 1,26\,m/s$

$v_{yE} = g t_E = 10\times 0,31 = 3,1\,m/s$

$v_E = \sqrt{v_{xE}^2 + v_{yE}^2} = \sqrt{(1,26)^2 + (3,1)^2}$

$v_E = 3,34\,m/s$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 049

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2014 – علوم تجريبية) (**)

في مرجع جيومركزي نعتبر حركة الأقمار الاصطناعية دائرية حول مركز الأرض التي نفرض أنها كرة متجانسة كتلتها M_T ونصف قطرها R.

نقبل أن القمر الاصطناعي في مداره يخضع لقوة جذب الأرض $\vec{F}_{T/s}$ فقط.

1) أ- عرّف المرجع الجيومركزي.

ب- اكتب العبارة الشعاعية للقوة $\vec{F}_{T/s}$ بدلالة G (ثابت الجذب العام)، M_T ، R ، m_s (كتلة القمر الاصطناعي) و h ارتفاعه عن سطح الأرض.

جـ- استنتج عبارة $\vec{a}$ شعاع تسارع حركة القمر الاصطناعي، ما طبيعة الحركة؟

2) الجدول التّالي يعطي بعض خصائص حركة قمرين اصطناعيين حول الأرض.

القمر الاصطناعي	$Alsat1$	$Astra$
$T(s)\times10^3$	5,964	86,160
$h(m)\times10^6$	0,70	35,65

أ- أحد القمرين الاصطناعيين جيومستقرّا، عيّنه مع التعليل.

ب- احسب تسارع الجاذبية الأرضية (g) عند نقطة من مدار القمر الاصطناعي $Alsat1$. ماذا تستنتج؟

جـ- بيِّن اعتمادًا على معطيات الجدول أنّ القانون الثالث لكبلر مُحقّق.

د- استنتج قيمة تقريبية للكتلة M_T .

المعطيات: $G=6,67\times10^{-11}\ N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$ ، $R=6380\ km$ ، $1\ jour=23h\ 56\min$

تسارع الجاذبية عند سطح الأرض: $g_0=9,8\text{m}\cdot s^{-2}$.

حل التمرين

1- أ- تعريف المرجع الجيومركزي :

هو مرجع مبدأه منطبق على مركز الأرض ومحاور معلمه متجه نحو ثلاث نجوم جد بعيدة تكون ثابتة بالنسبة لمركز الأرض.

ب- عبارة قوة الجذب العام $\vec{F}$:

$$\vec{F} = \frac{G m M_T}{(R+h)} \vec{n}$$

جـ- عبارة $\vec{a}$:

بتطبيق قانون نيوتن الثاني على الجملة (قمر اصطناعي) في المرجع سابق:

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\frac{G.m.M}{(R+h)^2}\vec{n} = m.\vec{a}_n$$

ومنه

$$\vec{a} = \frac{G.M_T}{(R+h)^2}\vec{n}$$

- طبيعة الحركة:

من العبارة الشعاعية السابقة نكتب:

$$a = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

G، M، R، h ثوابت ومنه a ثابت، وكون أن المسار دائري فالحركة دائرية منتظمة

3- أ- تعيين القمر الاصطناعي الجيو مستقر :

- من خصائص القمر الاصطناعي الجيو مستقر، أن دور حركته مساوي لدور حركة الأرض

- لدينا من الجدول :

• $T(elsat\ 1) = 5964.10^3 s = 1,66 h$

• $T(Astra) = 86,160 \times 10^3 s = 23,93 h = 23h, 56min$

نلاحظ أن دور القمر الاصطناعي (Astra) مساوي لدور حركة الأرض، إذن القمر الاصطناعي (Astra) جيو مستقر.

ب- قيمة g نقطة مدار القمر الاصطناعي ؟

نكتب عبارة g بدلالة g_0

- لدينا من جهة :

$$P = mg$$

ومن جهة أخرى

$$P = F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$$

ومنه :

$$m.g = G.\frac{mM}{(R+h)^2} \rightarrow g = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

وعلى سطح الأرض أين يكون :

$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

نقسم g على g_0 :

$$\frac{g}{g_0} = \frac{\frac{GM}{(R+h)^2}}{\frac{GM}{R^2}}$$

$$\frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \rightarrow g = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2}$$

$$g = 9{,}8\frac{(6380\times10^3)^2}{(6380\times10^3 + 0{,}7.10^6)^2} = 7{,}96\ m/s^2$$

- الاستنتاج :

نلاحظ أن $g < g_0$ ، نستنتج أن قيمة g تتناقص بتزايد الارتفاع .

جـ- إثبات أن قانون كبلر الثالث محقق :

قانون كبلر الثالث ينص على أن النسبة $\frac{T^2}{(R+h)^3}$ ثابت في كل الأقمار الاصطناعية .

- بالنسبة للقمر الاصطناعي Alsat1 :

$$\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{(5{,}964.10^3)^2}{(6380.10^3 + 0{,}70.10^6)^3} = 10^{-13}$$

- بالنسبة للقمر الاصطناعي Astra :

$$\frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{(86{,}160.10^3)^2}{(6380.10^3 + 35{,}65\,10^6)^3} \simeq 10^{-3}$$

- نلاحظ أن النسبة $\frac{T^2}{(R+h)^3}$ ثابتة بالنسبة للقمرين الاصطناعيين ، إذن قانون كبلر محقق

د- قيمة M_T :

وجدنا سابقا :

$$a = a_n = \frac{G M_T}{(R+h)^2}$$

من جهة أخرى :

$$a_n = \frac{v^2}{(R+h)}$$

ومنه :

$$\frac{v^2}{(R+h)} = \frac{G.M_T}{(R+h)^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R+h)}}$$

لدينا :

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\frac{GM_T}{(R+h)}}}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{\frac{GM_T}{(R+h)}} = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM_T} \rightarrow \frac{T^2}{(R+h)^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$$

ولقد وجدنا سابقا :

$$\frac{T^2}{(R+h)^3} = 10^{-13}$$

إذن :

$$\frac{4\pi^2}{G.M_T} = 10^{-13} \rightarrow M_T = \frac{4\pi^2}{G \times 10^{-13}}$$

$$M_T = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-13}} = 5{,}9 \cdot 10^{24}\ Kg$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 050

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2013 – رياضيات) (**)

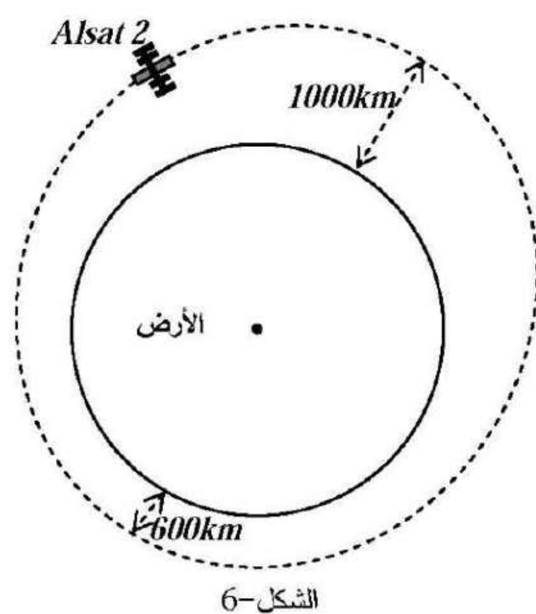
بتاريخ 12 جويلية 2010 تم إطلاق القمر الاصطناعي الجزائري الثاني *Alsat 2* الذي نرمز له بــ (S) حيث تم وضعه في مداره الاهليليجي بنجاح، ليدور حول الأرض على ارتفاع عن سطحها محصور بين $600km$ و $1000km$.

1- يمثل الشكل -6 رسما تخطيطيا مبسطا لمدار (S) حول الأرض، نعتبر (S) خاضعا لقوة جذب الأرض فقط.

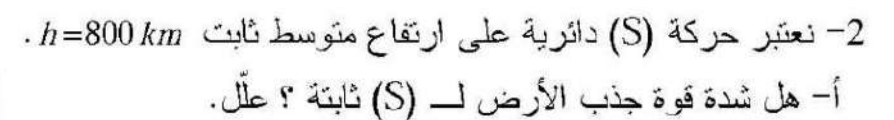
يعطى: نصف قطر الأرض $R_T = 6400\,km$ و كتلتها $M_T = 6\times10^{24}\,kg$ و دور حركتها حول محورها $T_T = 24h$.

أ- ماذا يمثل مركز الأرض بالنسبة لمدار هذا القمر الاصطناعي؟

ب- مثّل في وضع كيفي من المدار شعاع القوة التي يخضع لها (S) أثناء دورانه حول الأرض.



الشكل-6



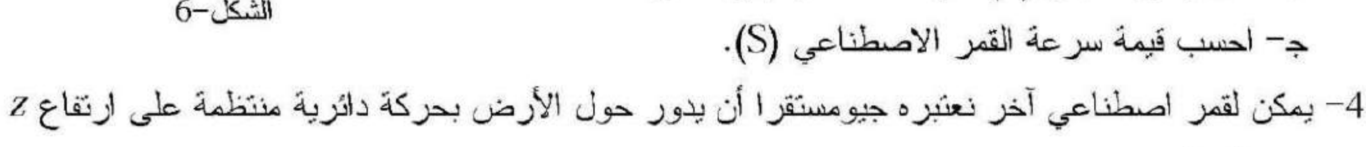
2- نعتبر حركة (S) دائرية على ارتفاع متوسط ثابت $h = 800\,km$.

أ- هل شدة قوة جذب الأرض لــ (S) ثابتة ؟ علّل.

ب- احسب شدة هذه القوة علمًا أنّ كتلة هذا القمر الاصطناعي هي $m = 130\,kg$.

3- أ- اذكر خصائص القمر الاصطناعي الجيومستقر.

ب- هل يمكن اعتبار (S) قمرا اصطناعيا جيومستقرا ؟ لماذا ؟



جـ- احسب قيمة سرعة القمر الاصطناعي (S).

4- يمكن لقمر اصطناعي آخر نعتبره جيومستقرا أن يدور حول الأرض بحركة دائرية منتظمة على ارتفاع z من سطحها.

- جِد الارتفاع z للقمر الاصطناعي الجيومستقر.

يعطى : $G = 6,67\times10^{-11}\ (SI)$

حل التمرين

1- أ- يمثل مركز الأرض إحدى محرقي الاهليليج (حسب قانون كبلر الأول).

ب- تمثيل شعاع القوة $\vec{F}$ المؤثرة على القمر الاصطناعي

$\vec{F}$

2- أ- نعم شدة قوة الجذب ثابتة لأن شدتها يعبر عنها بالعلاقة 2

$$F = G.\frac{m.M_T}{(R+h)^2}$$

كما أن : G ، m ، M_T ، $(R+h)$ ثوابت

ب- شدة القوة :

بتطبيق عبارة F السابقة :

$$F = \frac{6{,}67.10^{-11}.130.6.10^{24}}{(6400\times10^3+800.10^3)^2} = 1003{,}5\,N$$

3- أ- خصائص القمر الاصطناعي الجيو مستقر

- دوره : $T_s = T = 24h$
- يدور في نفس جهة دوران الأرض
- مساره يقع في مستوى خط الاستواء.

ب- امكانية اعتبار (S) جيو مستقر :

- نحسب دور حركة (S) ونقارنه بدور مركز الأرض :
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة (قمر اصطناعي S) في مرجع مركزي أرضي نعتبره غاليلي :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$\vec{F} = m\vec{a}$

بالاسقاط على المحور الناظمي :

$F = ma$

$$\frac{G.m.M_T}{(R+h)^2} = m.\frac{v^2}{(R+h)} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R+h)}}$$

من جهة أخرى ،

$$T_s = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{2\pi(R+h)}{\sqrt{\frac{GM_T}{R+h}}}$$

$$T_s^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^2}{\frac{GM}{(R+h)}} \rightarrow T_s = \sqrt{\frac{4\pi^2(R+h)^3}{GM}}$$

$$T_s = \sqrt{\frac{4\pi^2((6400+800)\times10^3)^3}{6,67.10^{-11}\times6.10^{24}}} = 6064,8s = 1,68h$$

نلاحظ أن $T_s \neq T_T$ ، نستنتج أن القمر الاصطناعي (S) غير مستقر.

جـ - سرعة (S) ، مماسية ،

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{(R+h)}} =$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67.10^{-11}.6.10^{24}}{(6400+800).10^3}} = 7455,42\ m/s$$

4 - ايجاد الارتفاع z للقمر الجيومستقر ، مماسية يمكن كتابة ،

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+z)^3}{GM} \rightarrow (R_T+z)^3 = \frac{T.GM}{4\pi^2}$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G.M}{4\pi^2}} - R_T$$

$$z = \sqrt[3]{\frac{(24\times3600)^2.6,67.10^{-11}.6.10^{24}}{4\pi^2}} - 6400\times10^3$$

$$z = 35911825,27\ m = 35911,8\ Km.$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 051

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2014 – رياضيات) (**)

1- تمثّل الجملة المبيّنة في الشكل -7 جسما صلبا (S_1) كتلته $m_1 = 400\,g$ ينزلق بدون احتكاك على سطح مستو مائل عن الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ و يرتبط بواسطة خيط مهمل الكتلة وعديم الإمتطاط و يمر على محز بكرة مهملة الكتلة بجسم صلب (S_2) كتلته $m_2 = 400\,g$.

الشكل-7

نترك الجملة عند اللحظة $t = 0$ فينطلق الجسم (S_1) من النقطة A بدون سرعة ابتدائية.

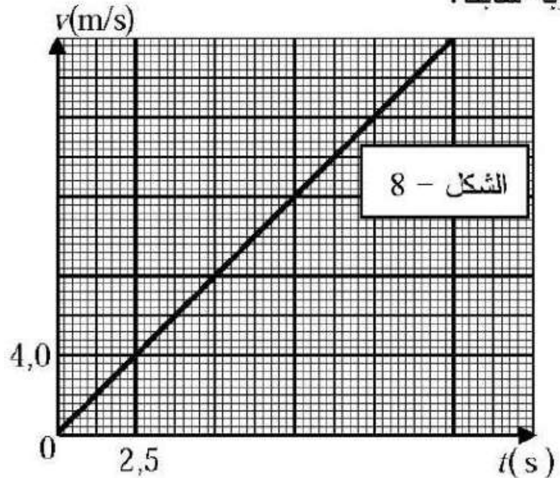
أ- مثّل القوى الخارجية المؤثّرة على كل من (S_1) و (S_2) .

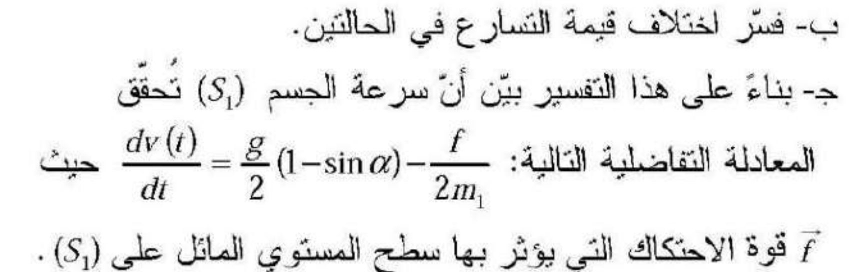
ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدّد طبيعة حركة الجسم (S_1) ثم احسب قيمة تسارع مركز عطالته.

جـ- جِد سرعة الجسم (S_1) عند النقطة B علما أنّ: $AB = 1,25m$ ثم استنتج المدة المستغرقة لذلك.

2- مكنت الدراسة التجريبية من رسم منحنى تغيرات سرعة الجسم (S_1) بدلالة الزمن $v = f(t)$ (الشكل – 8)

أ- من هذا المنحنى، جِد قيمة تسارع الجسم (S_1) وقارنها مع المحسوبة سابقا.





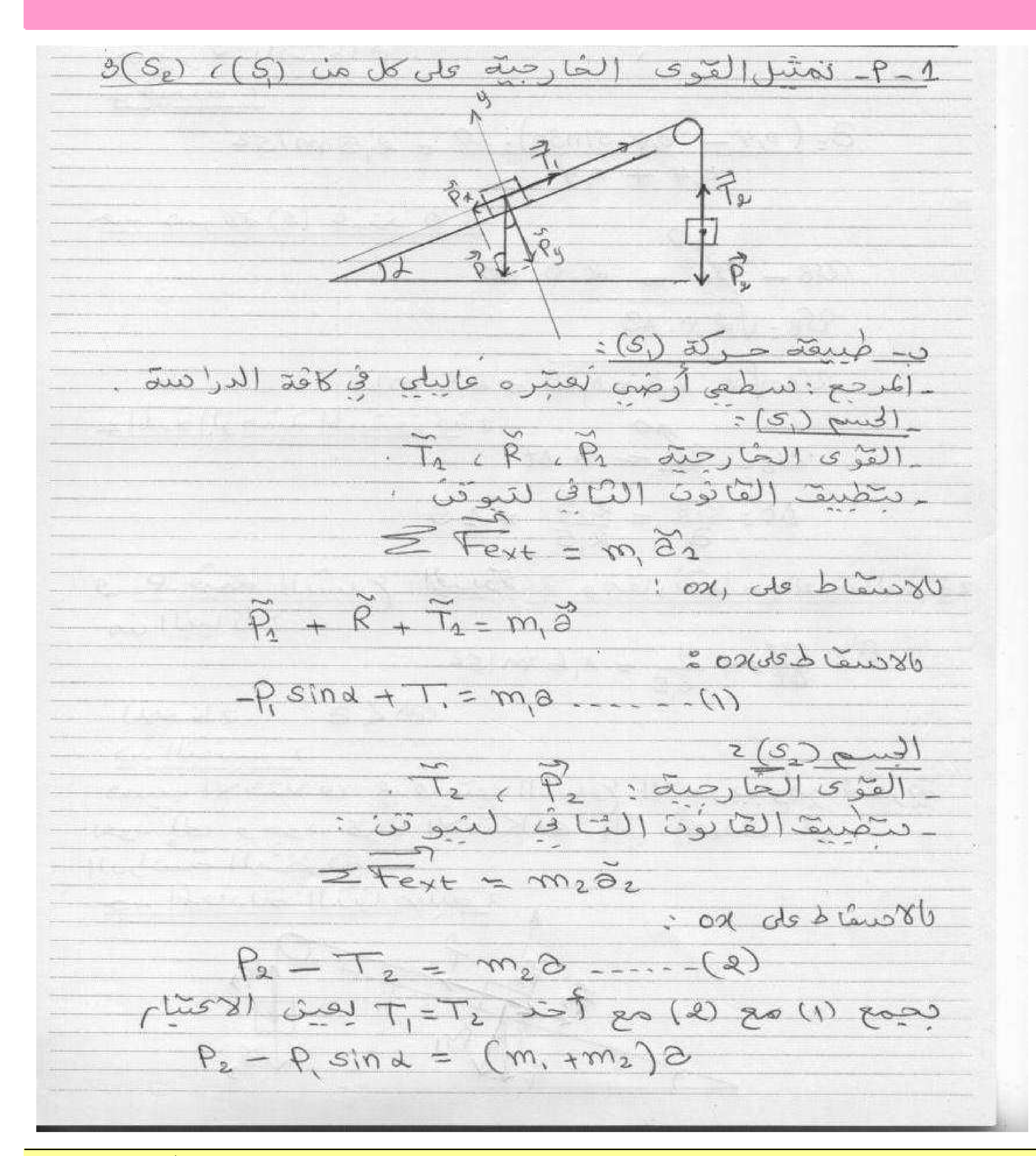
ب- فسّر اختلاف قيمة التسارع في الحالتين.

جـ- بناءً على هذا التفسير بيّن أنّ سرعة الجسم (S_1) تُحقّق المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{dv(t)}{dt} = \frac{g}{2}(1 - \sin\alpha) - \frac{f}{2m_1}$ حيث $\vec{f}$ قوة الاحتكاك التي يؤثر بها سطح المستوي المائل على (S_1) .

د- استنتج قيمة كل من شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ وشدة توتر الخيط $\vec{T}$.

يعطى: $g = 10 m.s^{-2}$

حل التمرين



1- أ- تمثيل القوى الخارجية على كل من (S_1) ، (S_2) :

ب- طبيعة حركة (S_1) :

- المرجع : سطحي أرضي نعتبره غاليلي في كافة الدراسة .
- الجسم (S_1) :
- القوى الخارجية $\vec{P}_1$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{T}_1$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_1 \vec{a}_1$$

بالاسقاط على ox :

$$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}$$

بالاسقاط على ox :

$$-P_1 \sin\alpha + T_1 = m_1 a \quad ......(1)$$

الجسم (S_2) :

- القوى الخارجية : $\vec{T}_2$ ، $\vec{P}_2$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

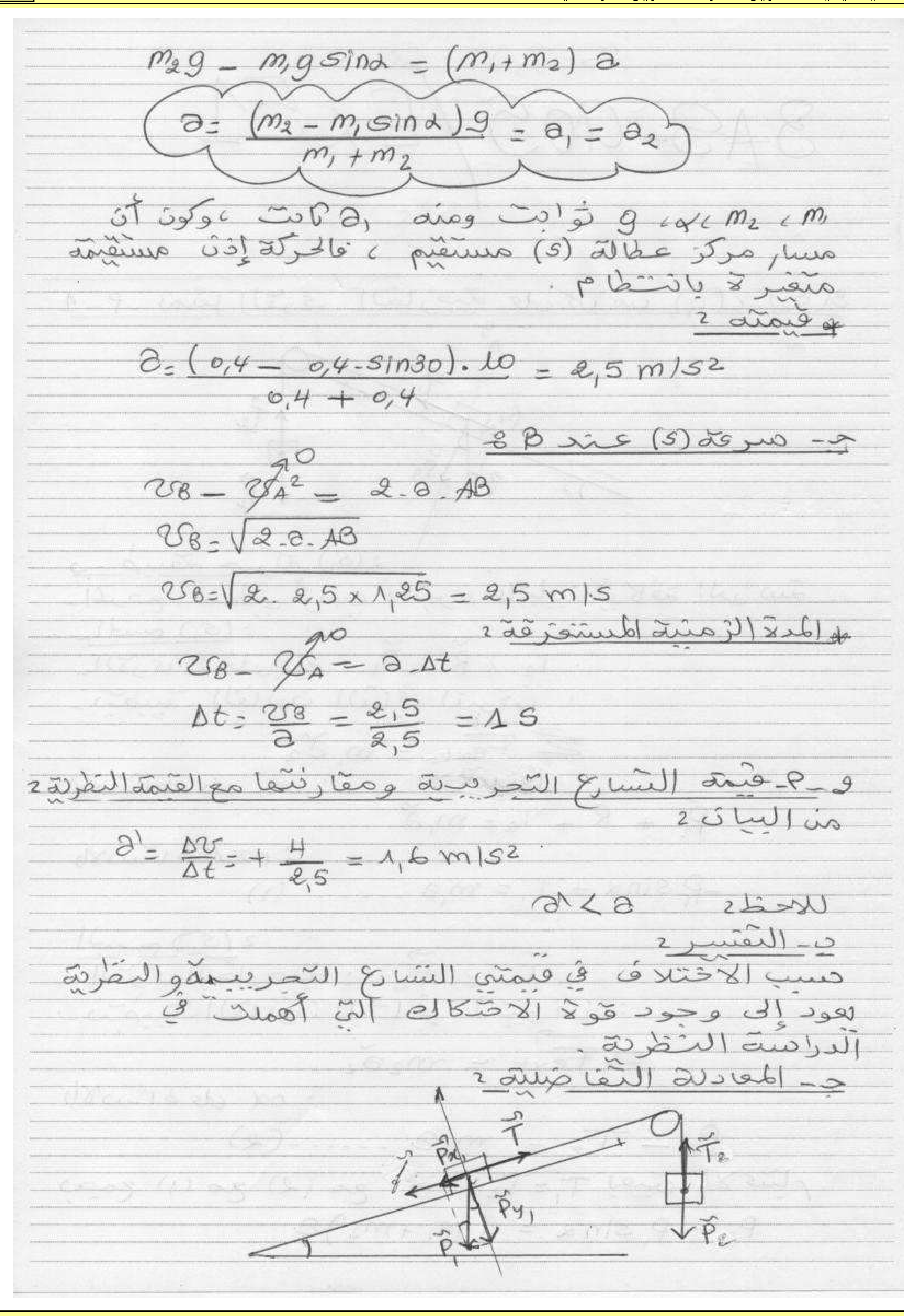
$$\sum \vec{F}_{ext} = m_2 \vec{a}_2$$

بالاسقاط على ox :

$$P_2 - T_2 = m_2 a \quad ......(2)$$

بجمع (1) مع (2) مع أخذ $T_1 = T_2$ بعين الاعتبار

$$P_2 - P_1 \sin\alpha = (m_1 + m_2) a$$



$$m_2 g - m_1 g \sin\alpha = (m_1 + m_2)\, a$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)\, g}{m_1 + m_2} = a_1 = a_2$$

m_1 ، m_2 ، α ، g ثوابت ومنه a_1 ثابت ، وكون أن مسار مركز عطالة (S) مستقيم ، فالحركة إذن مستقيمة متغيرة بانتظام.

* قيمته :

$$a = \frac{(0,4 - 0,4 \cdot \sin 30) \cdot 10}{0,4 + 0,4} = 2,5\ m/s^2$$

جـ- سرعة (S) عند B :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2 \cdot a \cdot AB \quad (v_A = 0)$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot a \cdot AB}$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot 2,5 \times 1,25} = 2,5\ m/s$$

* المدة الزمنية المستغرقة :

$$v_B - v_A = a \cdot \Delta t \quad (v_A = 0)$$

$$\Delta t = \frac{v_B}{a} = \frac{2,5}{2,5} = 1\ s$$

و- ۱- قيمة التسارع التجريبية ومقارنتها مع القيمة النظرية :

من البيان :

$$a' = \frac{\Delta v}{\Delta t} = +\frac{4}{2,5} = 1,6\ m/s^2$$

نلاحظ : $a' < a$

ب- التفسير :

سبب الاختلاف في قيمتي التسارع التجريبية والنظرية يعود إلى وجود قوة الاحتكاك التي أهملت في الدراسة النظرية.

جـ- المعادلة التفاضلية :

- الجسم (S_1) :

تطبيق قانون نيوتن الثاني :

$$\vec{P_1} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{T_1} = m_1 \vec{a_1}$$

بالاسقاط على المحور Ox :

$$-P_1 \sin\alpha - f + T_1 = m_1 a_1 \quad ----(3)$$

الجسم (S_2)

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2 \vec{a_2}$$

بالاسقاط على المحور Ox :

$$P_2 - T_2 = m_2 a_2$$

بجمع (3) مع (4) مع أخذ $T_1 = T_2$ بعين الاعتبار نجد :

$$+P_2 - P_1 \sin\alpha - f = (m_1 + m_2) a$$

$$m_2 g - m_1 g \sin\alpha - f = (m_1 + m_2) a$$

بما أن $m_2 = m_1$ نكتب :

$$m_1 g - m_1 g \sin\alpha - f = 2 m_1 a$$

$$2m_1 a = m_1 g - m_1 g \sin\alpha$$

$$2m_1 \frac{dv}{dt} = \frac{g}{2}(1 - \sin\alpha) - \frac{f}{2m}$$

ب- شدة قوة الاحتكاك :

من العلاقة السابقة نكتب :

$$a' = \frac{g}{2}(1 - \sin\alpha) - \frac{f}{2m_1}$$

$$\frac{f}{2m_1} = \frac{g}{2}(1 - \sin\alpha) - a$$

$$f = 2m_1 \left[\frac{g}{2}(1 - \sin\alpha) - a'\right]$$

$$f = 2 \cdot 0{,}4 \left(\frac{10}{2}(1 - \sin 30°) - 1{,}6\right] = 0{,}72\,N$$

- توتر الخيط :

طريقة (1) :

من العلاقة (4) :

$$m_2 g - T = m_2 a'$$

$$T = m_2 g - m_2 a'$$

$T = m_2 (g - a')$

$T = 0,4(10 - 1,6) = 3,36 \; N$

الطريقة (2)

من العلاقة (3)

$-m_1 g \sin\alpha - f + T_1 = m_1 a'$

$T_2 = m_1 g \sin\alpha \;\; f_1 + m_1 a'$

$T_1 = +0,4 \cdot 10 \cdot \sin 30 + 0,72 + (0,4 \cdot 1,6) = 3,36 N$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

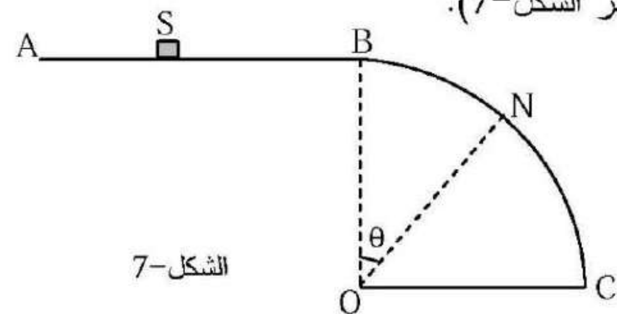
3AS U05 - Exercice 052

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2014 – رياضيات) (**)

لدراسة حركة جسم صلب (S) كتلته $m=100g$ على السطح الدائري الشاقولي الأملس BC نصف قطره $r=1m$ ، نقذف (S) من النقطة A بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{v_A}$ ليتحرك على السطح الأفقي $AB=d=1m$ ، حيث تكون شدة قوة الاحتكاك على هذا الجزء ثابتة $f=0,8N$ وجهتها معاكسة لجهة الحركة، يمر (S) بالنقطة B بداية السطح BC بالسرعة $\vec{v_B}$ ويواصل حركته عليه ليغادره عند النقطة N (انظر الشكل-7).



الشكل-7

1- أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بيّن أنّ حركة (S) على الجزء AB مستقيمة متباطئة بانتظام.

ب- بيّن أن القيمة v_A لسرعة القذف يمكن كتابتها بالعبارة التالية: $v_A^2 = v_B^2 + \frac{2.d.f}{m}$

2- الشكل- 8 يمثل منحنى تغيرات $cos\theta$ بدلالة v_B^2 ، حيث θ هي الزاوية التي من أجلها يغادر الجسم (S) السطح الدائري في النقطة N بالسرعة $\vec{v_N}$.

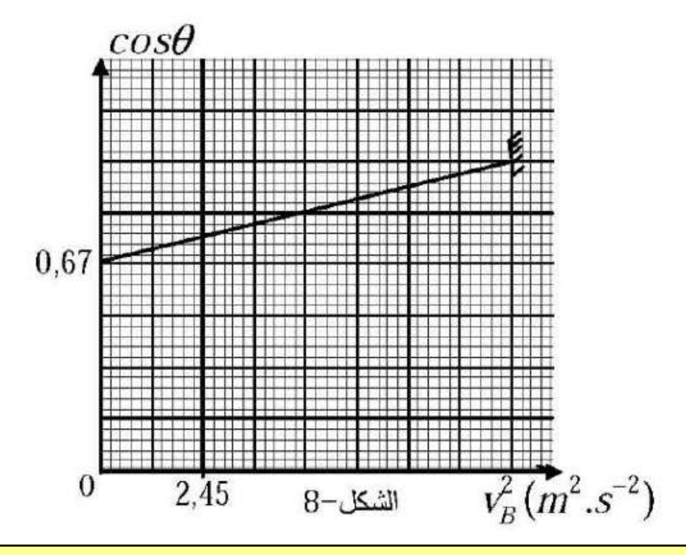
أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة ، جد عبارة v_N^2 بدلالة v_B^2 و g و r و θ.

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جد عبارة شدة $\vec{R}$ لفعل السطح الدائري على الجسم (S).

جـ- جد العبارة النظرية لـــ $cos\theta$ بدلالة v_B^2 و g و r التي من أجلها يغادر (S) السطح الدائري في النقطة N .

د- بالاعتماد على السؤال (جـ) والمنحنى، جد قيمة g تسارع الجاذبية الأرضية في مكان التجربة.

3- ما هي أكبر قيمة للزاوية θ وقيمة السرعة v_A عندئذ ؟



الشكل-8

حل التمرين

1- اثبات طبيعة الحركة :

$\vec{R}$ ، $\vec{f}$ ، $\vec{P}$

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{f}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{P}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على (ox) :

$$-f = ma \rightarrow a = -\frac{f}{m}$$

f ، m ثوابت ومنه a ثابت ، وكون أن مسار (S) مستقيم فالحركة مستقيمة متباطئة بانتظام

لأن :

$$a<0 \ , \ v>0 \rightarrow av<0$$

أي $\vec{a}$ تعاكس v وبالتالي تعاكس جهة الحركة .

ب- اثبات : $v_A = v_B^2 + \frac{2df}{m}$:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2ad$$

وجدنا : $a = -\frac{f}{m}$ ومنه :

$$v_B^2 - v_A^2 = 2\left(-\frac{f}{m}\right)d$$

$$v_B^2 - v_A^2 = -\frac{2f}{m} \rightarrow v_A^2 = v_B^2 + \frac{2f}{m}$$

ج-أ- عبارة v_N^2 بدلالة v_B^2 ، g ، r ، θ :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ حيث :

$\cdot W_{B-N}(\vec{P}) > 0$

$\cdot W_{B-N}(\vec{R}) < 0$

- اشكال الطاقة : حركية متزايدة
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين B و N :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_N$$

$$E_{CB} + W_{B-N}(\vec{P}) = E_{CN}$$

$\cdot E_{CB} = \frac{1}{2} m v_B^2$

$\cdot W_{B-N}(\vec{P}) = mgh$

من الشكل :

$$\begin{cases} h = r - h' \\ \cos\theta = \frac{h'}{R} \rightarrow h' = r\cos\theta \end{cases}$$

ومنه

$$h = r - r \cdot \cos\theta = r(1 - \cos\theta)$$

تصبح عبارة $W(\vec{P})$ كما يلي :

$$W_{B-N}(\vec{P}) = mgr(1 - \cos\theta)$$

$\cdot E_{CN} = \frac{1}{2} m v_N^2$

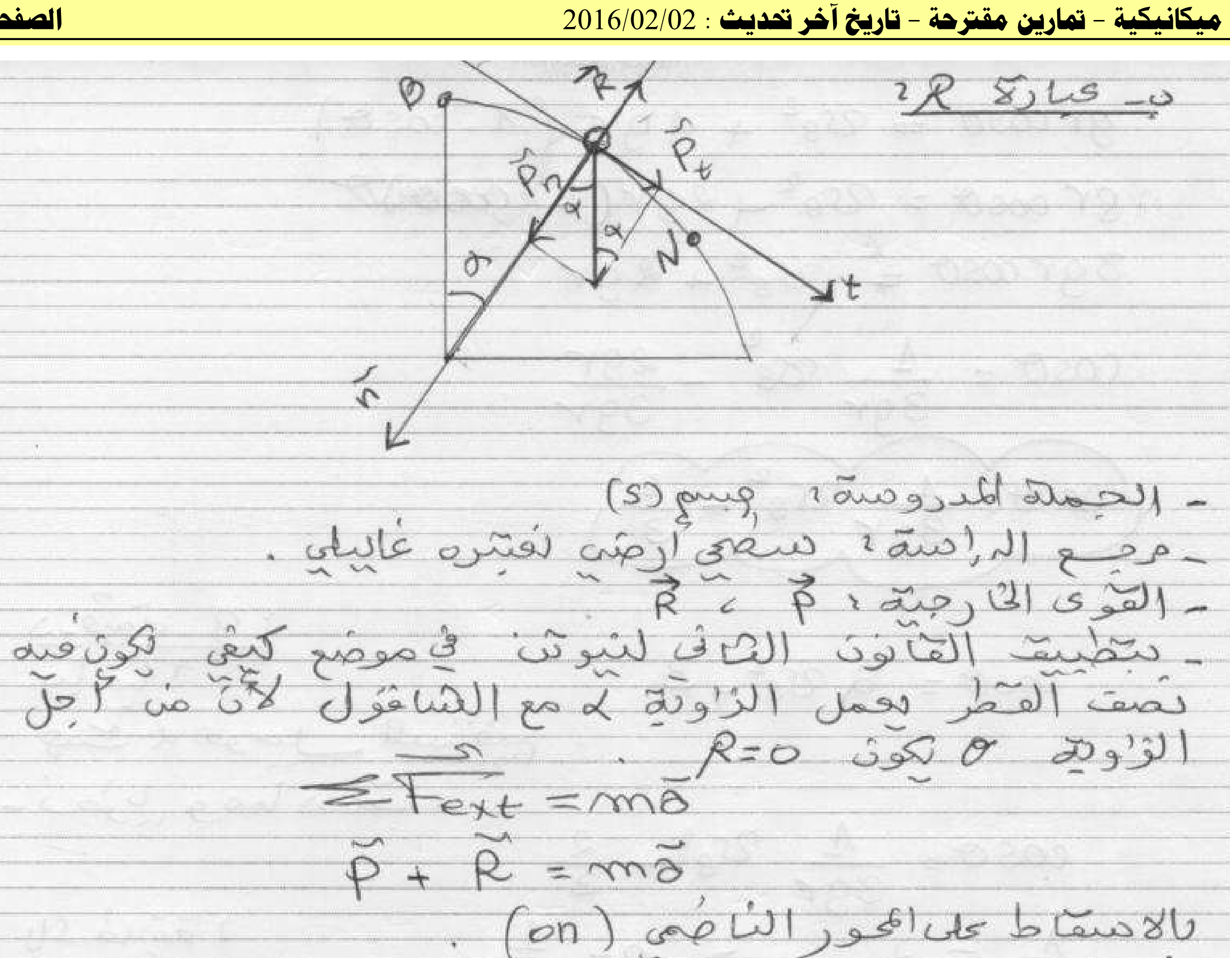
بالتعويض في معادلة انحفاظ الطاقة نجد :

$$\frac{1}{2} m v_B^2 + mgr(1 - \cos\theta) = \frac{1}{2} m v_N^2$$

$$v_B^2 + 2gr(1 - \cos\theta) = v_N^2$$

$$v_N^2 = v_B^2 + 2gr(1 - \cos\theta)$$

ب- عبارة R :



- الجملة المدروسة: جسم (S)
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن في موضع كيفي يكون فيه نصف القطر يعمل الزاوية α مع الشاقول لأنه من أجل الزاوية θ يكون R=0 .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على المحور الناظمي (on) .

$$P\cos\alpha - R = m a_n$$

$$mg\cos\alpha - R = m\frac{v^2}{r}$$

$$R = mg\cos\theta - m\frac{v^2}{r}$$

جـ- عبارة cosθ بدلالة r ، g ، v_B :

من أجل α=θ يكون:

$R=0$ ، $v=v_N$

بالتعويض في العبارة الأخيرة:

$$mg\cos\theta - m\frac{v^2}{r} = 0$$

$$m\frac{v_N^2}{r} = mg\cos\theta \rightarrow v_N^2 = g r\cos\theta$$

وجدنا (السؤال 1-ب)

$$v_N^2 = v_B^2 + 2gr(1-\cos\theta)$$

بالطريقة عدد

$$g r \cos\theta = v_B^2 + 2gr(1-\cos\theta)$$

$$g r \cos\theta = v_B^2 + 2gr - 2gr\cos\theta$$

$$3gr\cos\theta = v_B^2 + 2gr$$

$$\cos\theta = \frac{1}{3gr} v_B^2 - \frac{2gr}{3gr}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{3gr} v_B^2 - \frac{2}{3}$$

د- قيمة g :

بيانيا ،

$$\cos\theta = \alpha v_B^2 + \beta$$

حيث α هو ميل المستقيم .

- نظريا ومما سبق ،

$$\cos\theta = \frac{1}{3gr} v_B^2 - \frac{2}{3}$$

بالمطابقة ،

$$\frac{1}{3gr} = \alpha \longrightarrow g = \frac{1}{3\alpha r}$$

من البيان ،

$$\alpha = \frac{\Delta\cos\theta}{\Delta t} = \frac{1 \times \frac{0{,}67}{2}}{4 \times 2{,}45} = 0{,}034$$

إذن :

$$g = \frac{1}{3 \times 0{,}034 \times 1} = 9{,}80 \ m/s^2$$

3- أكبر قيمة للزاوية θ ،

كلما كانت سرعة (S) عند B أكبر ، كانت موضع موضع مغادرة المسار الدائري أقرب من الموضع B ، وبالتالي تكون الزاوية θ في أصغر قيمة لها ، إذن تكون θ في أ قيمة لها عندما تكون السرعة v_B في أصغر قيمة لها وهي $v_B = 0$. بالتعويض في عبارة $\cos\theta$ السابقة نجد :

$$\cos\theta = \frac{2}{3} \longrightarrow \theta = 48^0$$

- السرعة v_B عندئذ ،

من عبارة السؤال 1-2 ،

$$v_A^2 = (0)^2 + \frac{2 \cdot d f}{m} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot d f}{m}}$$

$$v_A = \sqrt{\frac{2 \times 1 \times 0{,}8}{0{,}1}} = 4 m/s$$

تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 053

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

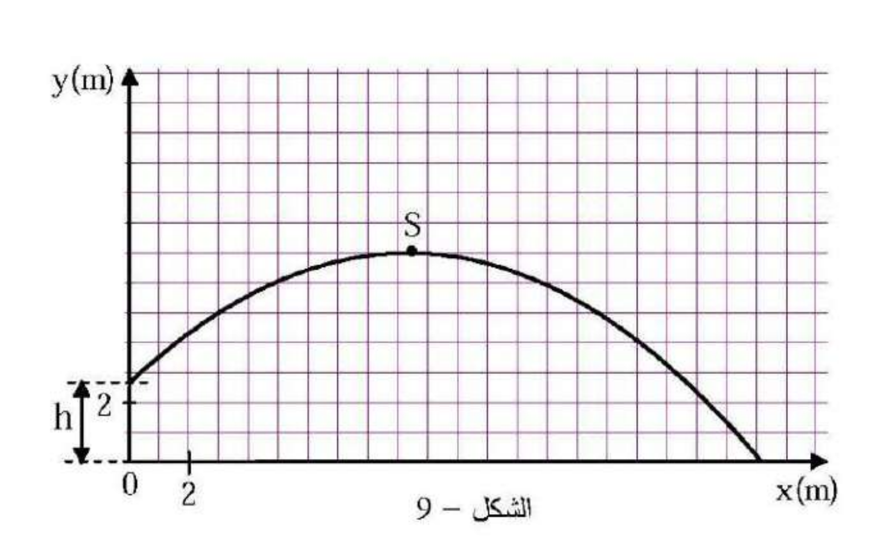
السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2014 – رياضيات) (**)

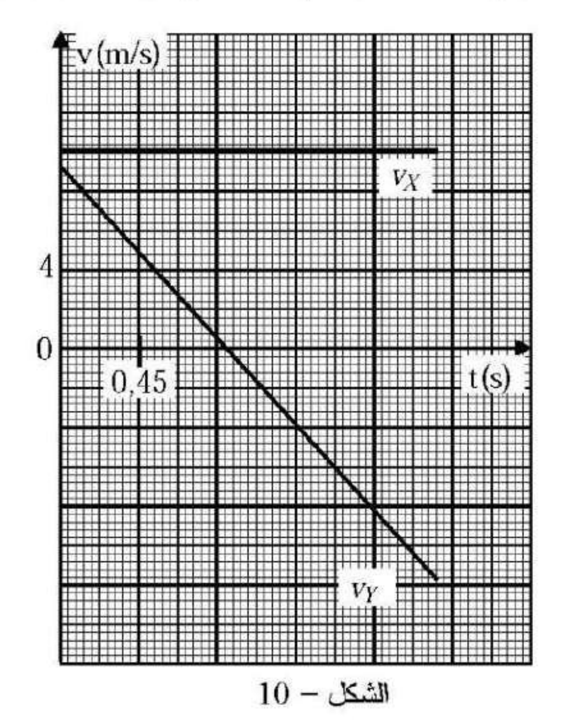
أثناء دراسة تأثير القوى الخارجية على حركة جسم، كلّف الأستاذ تلميذين بمناقشة الحركة الناتجة عن رمي جلة، فأجاب الأول أن حركة الجلة لا تتأثر إلا بثقلها، بينما أجاب الثاني أن حركتها تتعلق بدافعة أرخميدس.

من أجل التصديق على الجواب الصحيح، اعتمد التلميذان على دراسة الرمية التي حقق بها رياضي رقما قياسيا عالميا برمية مداها $21,69\,m$.

عند محاولتهما محاكاة هذه الرمية بواسطة برنامج خاص، تم قذف الجلة (التي نعتبرها جسما نقطيا) من ارتفاع $h=2,62\,m$، بسرعة ابتدائية $v_0=13,7\,m.s^{-1}$ يصنع شعاعها مع الأفق زاوية $\alpha=43°$ فتحصلا على رسم لمسار مركز عطالة الجلة (الشكل−9)، والمنحنيين $v_X(t)$ و $v_Y(t)$ (الشكل−10).



الشكل – 9



الشكل – 10

I- **دراسة نتائج المحاكاة.**

1- ما هي طبيعة حركة مسقط مركز عطالة الجلة على المحور Ox ؟ برّر إجابتك.

2- عيّن القيمة v_{0Y} للمركبة الشاقولية لشعاع السرعة الابتدائية (انطلاقا من الشكل-10) ، ثمّ عيّن القيمة v_0 للسرعة الابتدائية للقذيفة، وهل تتوافق مع المعطيات السابقة ($v_0 = 13,7\,m.s^{-1}$ و $\alpha = 43°$)؟

3- عيّن خصائص شعاع السرعة $\vec{v}_S$ عند الذروة S .

II- **الدراسة التحليلية لحركة مركز عطالة الجلة.**

المعطيات: الجلة عبارة عن كرة حجمها V وكتلتها الحجمية $\rho = 7,10\times10^3 \text{kg.m}^{-3}$

الكتلة الحجمية للهواء $\rho_{air} = 1,29\,\text{kg.m}^{-3}$.

1- بيِّن أنّ دافعة أرخميدس مهملة أمام ثقل الجلة. أيّ التلميذين على صواب ؟

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، جِد عبارة تسارع مركز عطالة الجلة. (نهمل مقاومة الهواء)

3- جِد معادلة المسار لمركز عطالة الجلة.

حل التمرين

I- طبيعة حركة مسقط مركز الكرة على المحور ox :
المنحنى $v_x(t)$ عبارة عن مستقيم يوازي محور الأزمنة ، إذن مسقط حركة مركز عطالة الكرة هو حركة مستقيمة منتظمة .

2- قيمة v_{0y} :

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$$

$$v_0 = \sqrt{(10)^2 + (9,2)^2} = 13,6 \ m/s$$

نعم النتيجة المتحصل عليها تتوافق مع المعطيات السابقة .

3- خصائص شعاع السرعة عند الذروة (S) :
- الحامل : مماس للمسار المنحني للقذيفة ويكون أفقي ($v_y = 0$)
- الجهة : جهة حركة القذيفة
- الطويلة :

$$v_S = \sqrt{v_{xS}^2 + v_{yS}^2}$$

• $v_{xS} = v_{0x} = 10 m/s$
لأن مسقط حركة الكرة على المحور ox مستقيمة منتظمة
• $v_{yS} = 0$
ومنه :

$$v_S = \sqrt{(10)^2 + (0)^2} = 10 \ m/s$$

II- اثبات أن دافعة ارخميدس مهملة أمام ثقل الجلة :

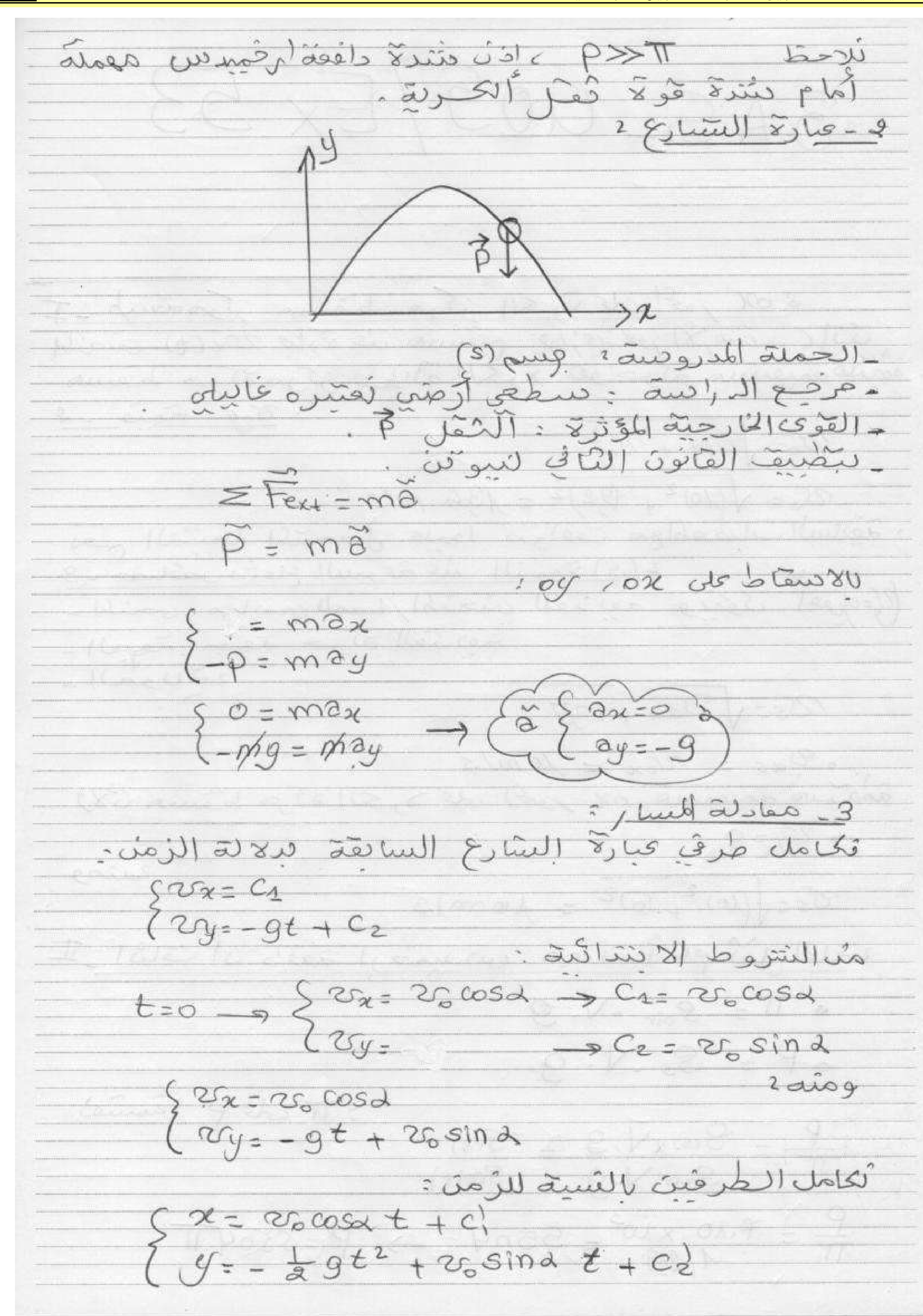
• $\Pi = \rho_{air} \cdot V \cdot g$

• $P = \rho_S \cdot V \cdot g$

نقسم P على Π :

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{\rho_{(S)} \times V \cdot g}{\rho_{air} \cdot V \cdot g} = \frac{\rho_{(S)}}{\rho_{(air)}}$$

$$\frac{P}{\Pi} = \frac{7,10 \times 10^3}{1,29} = 5504 \rightarrow P = 5504 \ \Pi$$



نلاحظ $\Pi \gg P$ ، اذن شدة دافعة ارخميدس مهملة أمام شدة قوة ثقل الكرة.

2- عبارة التسارع :

- الجملة المدروسة : جسم (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن .

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\vec{P} = m\vec{a}$$

بالاسقاط على ox ، oy :

$$\begin{cases} \;\; = m a_x \\ -P = m a_y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -mg = m a_y \end{cases} \longrightarrow \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$

3- معادلة المسار :

تكامل طرفي عبارة التسارع السابقة بدلالة الزمن :

$$\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \longrightarrow \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha & \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_y = & \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه :

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \, t + C'_1 \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha \, t + C'_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow C_1'=0 \\ y=h \rightarrow C_2'=h \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{cases} x = v_0 \cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha t + h \end{cases}$$

من المعادلة $x(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$$

بالتعويض في المعادلة $y(t)$:

$$y = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha \, x + h$$

تطبيق عددي :

$$y = -0{,}049\, x^2 + 0{,}933\, x + 2{,}620$$

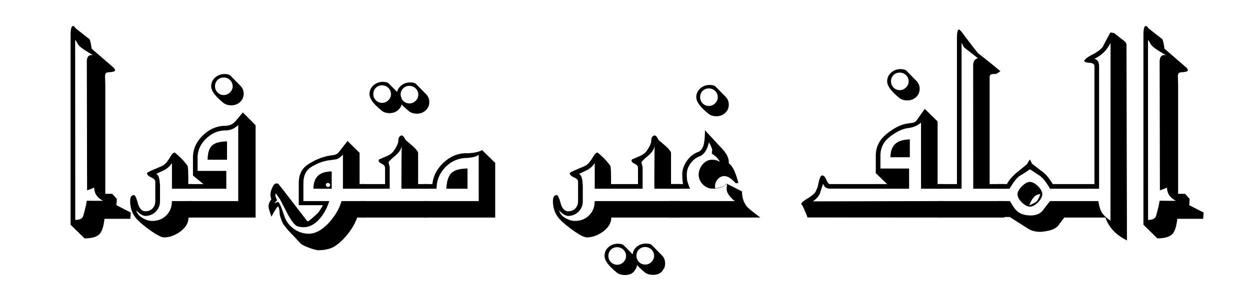
تمارين مقترحة

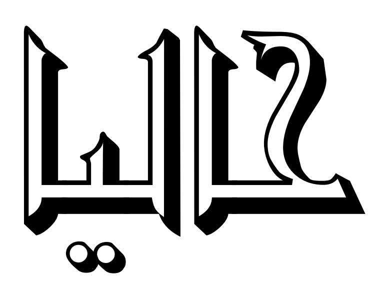
www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 054 المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)





في أقرب وقت إن شاء اللّه

تمارين مقترحة

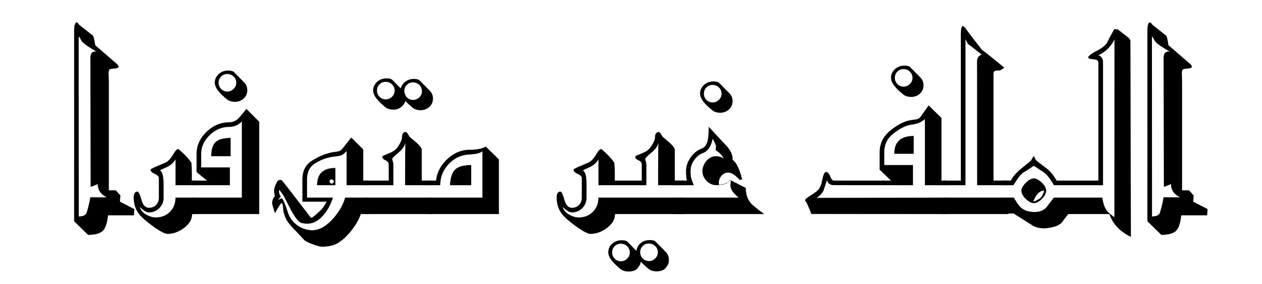
www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

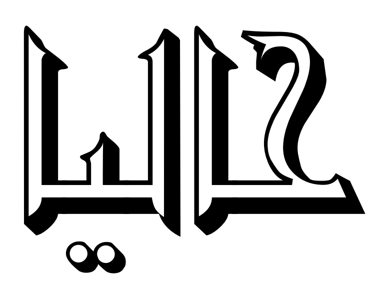
3AS U05 - Exercice 055

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (**)





في أقرب وقت إن شاء اللّه

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

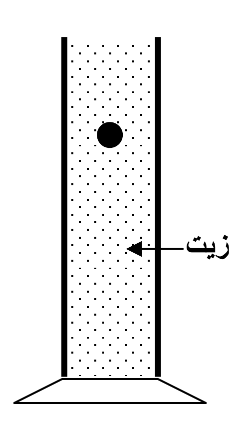
3AS U05 - Exercice 056

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

ندرس حركة كرة معدنية (S) كتلتها الحجمية ρ_S وكتلتها $m_S = 37.5\ g$ تسقط شاقوليا داخل إناء يحتوي على الزيت ، الكتلة الحجمية للزيت $\rho_f = 860\ kg/m^3$ ، يعطى : $g = 10\ m/s^2$.



تنطلق الكرية من السكون في اللحظة $t = 0$ وبتسارع قدره $a_0 = 8,0\ m/s^2$ وابتداء من اللحظة t_1 تصبح سرعتها ثابتة وتأخذ القيمة $v_\ell = 1,0\ m/s$. تخضع الكرة أثناء سقوطها إلى : قوة ثقلها $\vec{P}$ ، ودافعة ارخميدس $\vec{\Pi}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي تتناسب مع سرعتها v $(f = kv)$.

- المعادلة التفاضلية لحركة الكرية من الشكل : $\frac{dv}{dt} + C_1 v = g(1 - C_2)$ حيث C_1 ، C_2 ثابتين .

1- بين أنه من الشروط الابتدائية السابقة ، يمكن إثبات أن دافعة أرخميدس غير مهملة .

2- بتطبيق القانون الثاني للنيوتن أوجد عبارتي C_1 ، C_2 بدلالة كل من ρ_S ، ρ_f ، m_S ، k .

3- احسب قيمة الثابتين C_1 ، C_2 .

4- استنتج قيمة كل من k ، ρ_S ,

5- أحسب شدة دافعة ارخميدس Π .

حل التمرين

1- اثبات أن دافعة ارخميدس مهملة :

عند اللحظة $t=0$:

- $v=0 \longrightarrow f=0$
- $a_0 = g$

أي الجسم (S) لا يخضع إلى قوة ثقله فقط (ليس سقوطا حرا)

فهو إذن يخضع إلى دافعة ارخميدس .

2- عبارتي C_1 ، C_2 :

- الجملة المدروسة : كرة (S)
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : $\vec{P}$ ، $\vec{\Pi}$ ، $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$$

$$\vec{P} + \vec{\Pi} + \vec{R} = m\vec{a}_G$$

بالإسقاط على المحور Oz :

$$P - \Pi - f = ma$$

$$\rho_s V g - \rho_f V g - Kv = m\frac{dv}{dt}$$

$$m\frac{dv}{dt} + Kv = Vg(\rho_s - \rho_f)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m_s}v = \frac{V \cdot g(\rho_s - \rho_f)}{m_s}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m_s}v = \frac{V \cdot g(\rho_s - \rho_f)}{\rho_s V}$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s}\right)$$

$$\frac{dv}{dt} + \frac{K}{m}v = g\left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s}\right)$$

بالمطابقة مع المعادلة التفاضلية المعطاة نجد:

$$C_1 = \frac{K}{m} \quad , \quad C_2 = \frac{\rho_f}{\rho_s}$$

3- قيمتي C_1 ، C_2 :

- عند اللحظة $t=0$ لكون :

$$v = 0 \quad , \quad \frac{dv}{dt} = a_0 = 8\ m/s$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية $\frac{dv}{dt} + C_1 v = g(1-C_2)$ نجد:

$$a_0 = g(1-C_2) \rightarrow (1-C_2) = \frac{a_0}{g}$$

$$C_2 = 1 - \frac{a_0}{g}$$

$$C_2 = 1 - \frac{8}{10} = 0{,}2$$

- في النظام الدائم : $v = v_e$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ بالتعويض:

$$C_1 v_e = g(1 - C_2)$$

$$C_1 = \frac{g(1-C_2)}{v_e} = \frac{10(1-0{,}2)}{1} = 8$$

4- قيمتي K ، ρ_s :

- $C_1 = \frac{K}{m} \longrightarrow K = C_1 \times m$

$$K = 8 \times 37{,}5 \times 10^{-3}$$

- $C_2 = \frac{\rho_f}{\rho_s} \longrightarrow \rho_s = \frac{\rho_f}{C_2} = \frac{860}{0{,}2} = 4300\ Kg/m^3$

5- شدة دافعة أرخميدس :

$$\pi = \rho_f . V . g$$

حجم الماء المنزاح مساوي لحجم (S) أي : $V = V_s$ ، ولدينا:

$$\rho_s = \frac{m_s}{V} \rightarrow V = \frac{m_s}{\rho_s}$$

ومنه ؟

$$\pi = \frac{\rho_f \times m_s \times g}{\rho_s}$$

$$\pi = \frac{860 \times 37{,}5 \times 10^{-3} \times 10}{4300} = 7{,}5 \times 10^{-2}\ N$$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 057

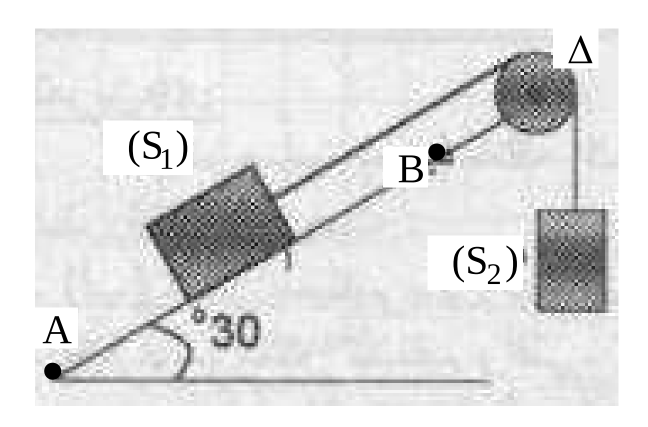
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نـص التمرين : (بكالوريا سبتمبر 1995 - ع د - وسط) (**)

لتعيين الكتلة m_1 لجسم صلب (S_1) و شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ المعيقة لحركته على مستوي مائل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ و التي نعتبر شدتها ثابتة و مستقلة عن سرعته ، نحقق التجربة التالية :

نوصل الجسم (S_1) بجسم ثان (S_2) كتلته m_2 بواسطة خيط مهمل الكتلة و عديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهملة الكتلة تدور حول محور أفقي ثابت (Δ) .



تحرر الجملة من السكون فيقطع الجسم (S_1) مسافة $AB = x$ (الشكل) خلال زمن معين .

1- أدرس حركة هذه الجملة و حدد طبيعتها .

2- كررنا التجربة السابقة من أجل قيم مختلفة m_2 للجسم (S_2) و قسنا كل مرة الزمن اللازم لقطع المسافة $x = 1\ m$ فحصلنا على جدول القياسات التالي :

m_2 (kg)	0.50	0.80	1.00	1.18	1.70
t^2 (s^2)	1.79	0.59	0.46	0.40	0.32
a (m/s^2)					
T (N)					

أ- اعتمادا على نتائج الدراسة السابقة ، أكمل الجدول .

ب- أرسم المنحنى البياني $T = f(a)$ معتمدا السلم التالي :

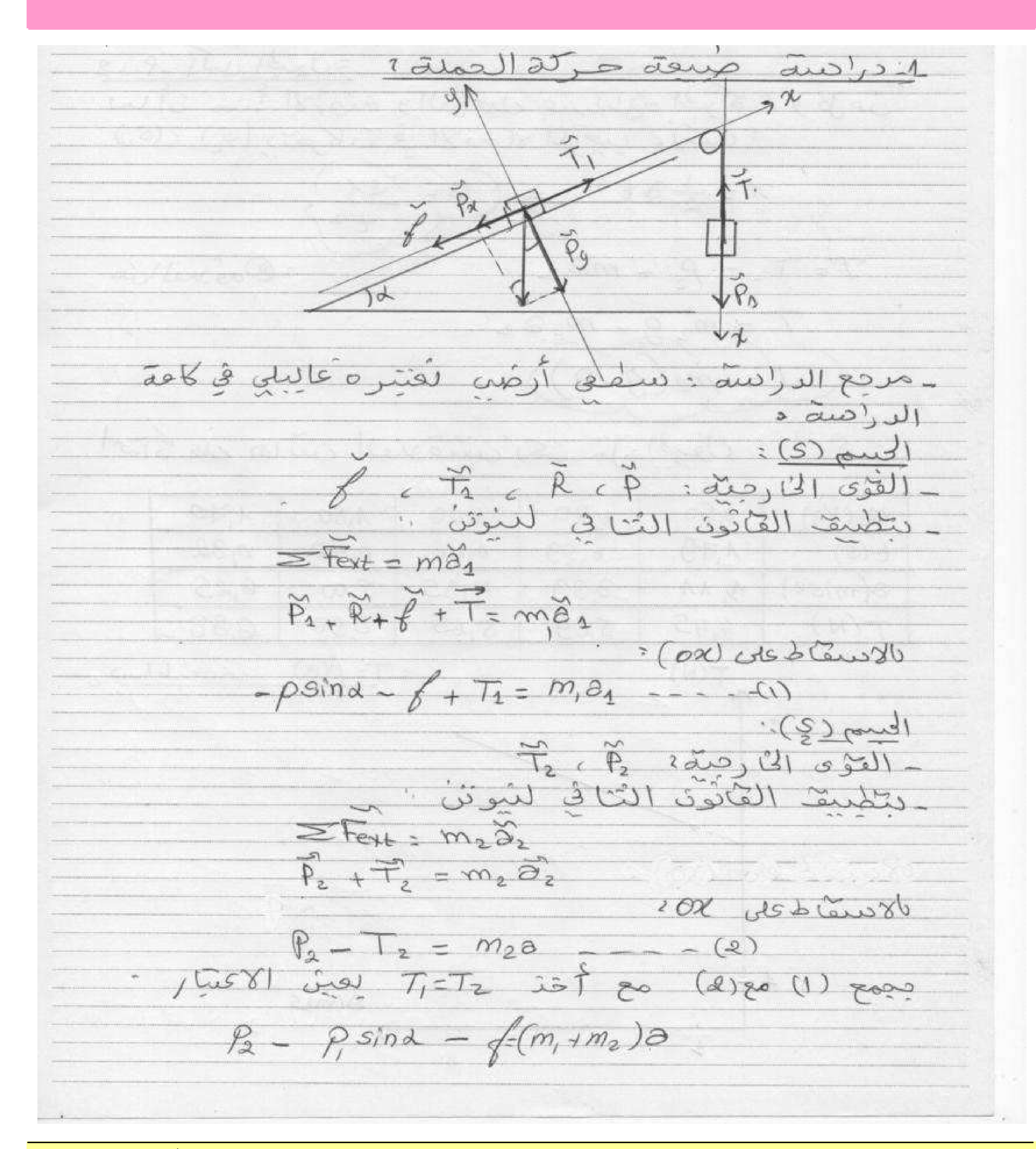
$1\ cm \rightarrow 0.5\ N$

$1\ cm \rightarrow 0.5\ m/s^2$

جـ- استنتج من المنحنى البياني قيمة كل من m_1 (كتلة الجسم (S_1) و f (شدة قوة الاحتكاك) .

نعتبر : $g = 10\ m/s^2$.

حل التمرين



1- دراسة طبيعة حركة الجملة:

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي في كافة الدراسة.

الجسم (S):

- القوى الخارجية: $\vec P$ ، $\vec R$ ، $\vec T_1$ ، $\vec f$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec F_{ext} = m\vec a_1$$

$$\vec P_1 + \vec R + \vec f + \vec T = m_1 \vec a_1$$

بالاسقاط على (ox):

$$-p\sin\alpha - f + T_1 = m_1 a_1 \quad ---- (1)$$

الجسم (S2):

- القوى الخارجية، $\vec P_2$ ، $\vec T_2$
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن:

$$\sum \vec F_{ext} = m_2 \vec a_2$$

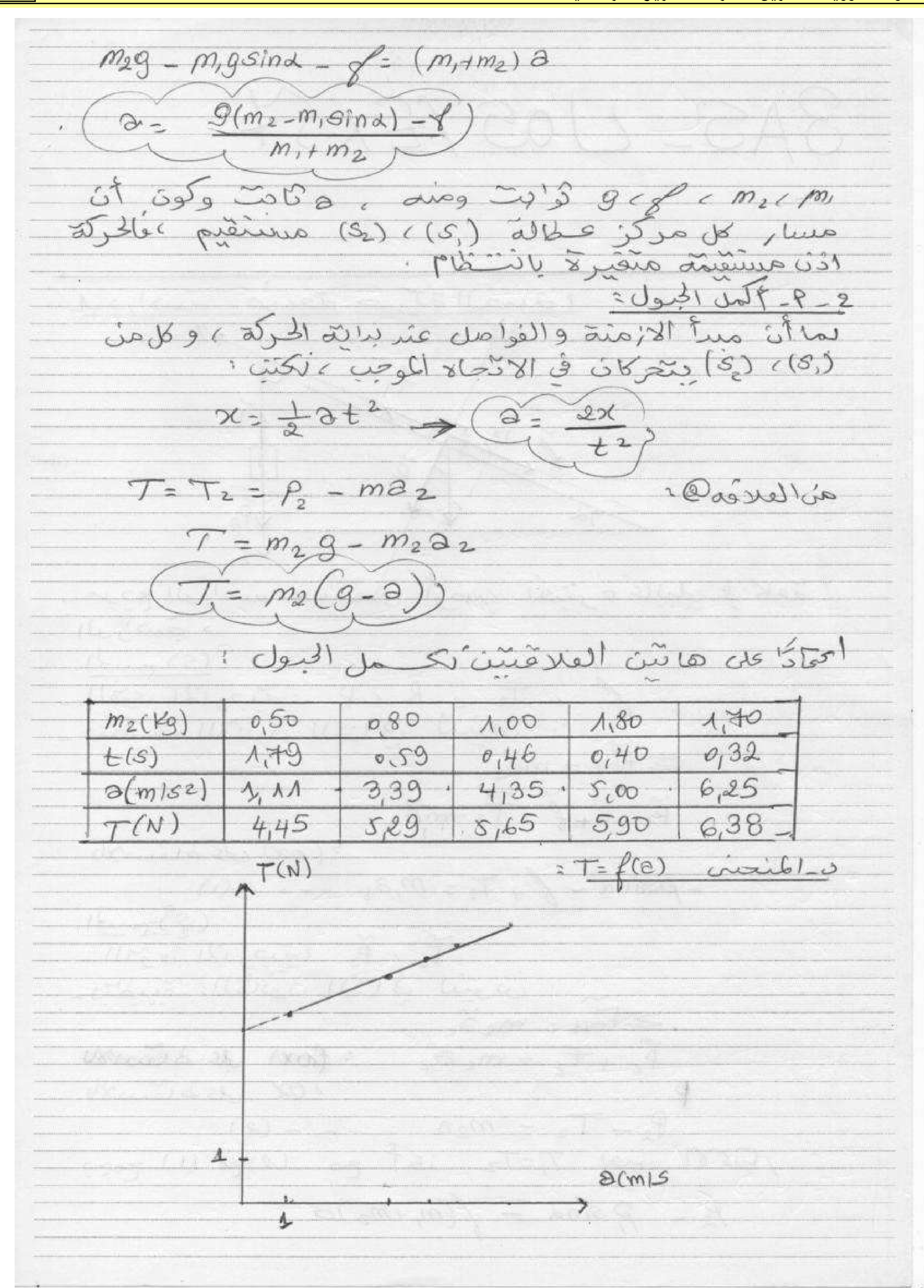
$$\vec P_2 + \vec T_2 = m_2 \vec a_2$$

بالاسقاط على ox،

$$P_2 - T_2 = m_2 a \quad ---- (2)$$

بجمع (1) مع (2) مع أخذ $T_1 = T_2$ بعين الاعتبار.

$$P_2 - P_1 \sin\alpha - f = (m_1 + m_2) a$$



$m_2 g - m_1 g \sin\alpha - f = (m_1+m_2)\, a$

$$a = \frac{g(m_2 - m_1 \sin\alpha) - f}{m_1 + m_2}$$

m_1، m_2، f، g ثوابت ومنه، a ثابت وكون أن مسار كل مركز عطالة (S_1)، (S_2) مستقيم، فالحركة اذن مستقيمة متغيرة بانتظام.

2-م-أكمل الجدول:

لما أن مبدأ الأزمنة والفواصل عند بداية الحركة، و كل من (S_1)، (S_2) يتحركان في الاتجاه الموجب، نكتب:

$x = \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow a = \frac{2x}{t^2}$

من العلاقة @: $T = T_2 = P_2 - m a_2$

$T = m_2 g - m_2 a_2$

$T = m_2 (g - a)$

اعتمادًا على هاتين العلاقتين نكمل الجدول:

m_2(Kg)	0,50	0,80	1,00	1,80	1,70
t(s)	1,79	0,59	0,46	0,40	0,32
a(m/s²)	1,11	3,39	4,35	5,00	6,25
T(N)	4,45	5,29	5,65	5,90	6,38

ت-المنحنى $T = f(a)$:

بيانيا :

$T = \alpha a + \beta$ ---(1)

حيث α ميل المستقيم (المنحنى)

- نظريا :

من العلاقة (1)

$-m_1 g \sin\alpha - f + T = m_1 a$

$T = m_1 a + (m_1 g \sin\alpha + f)$ ---(2)

بمطابقة (1) مع (2) :

- $m_1 = \alpha$
- $m_1 g \sin\alpha + f = \beta \rightarrow f = \beta - m_1 g \sin\alpha$

من البيان :

- $\alpha = +\frac{1,9}{5} = 0,38$
- $\beta = 4$

ومنه

- $m_1 = 0,38\, kg = 380\, g$
- $f = 4 - (0,38 \times 10 \cdot \sin 30°) = 2,1\, N$

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 058

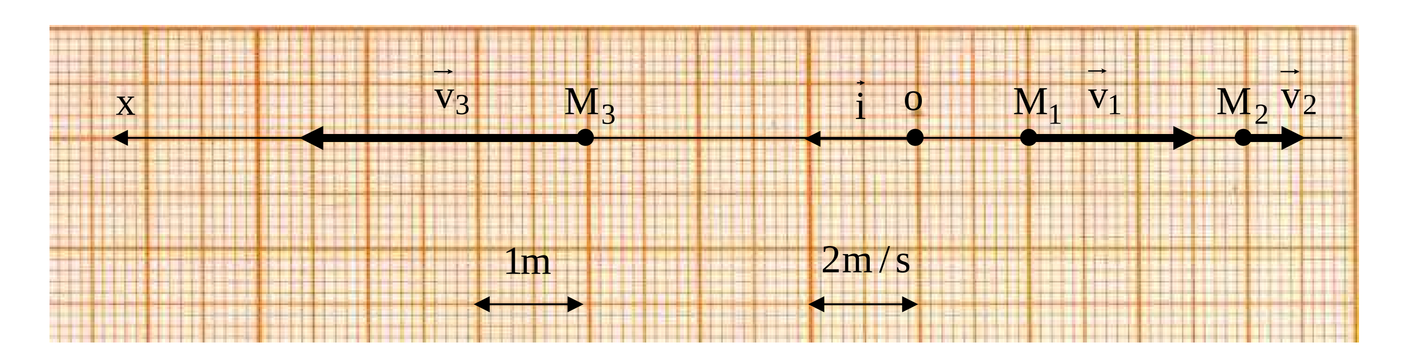
المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (***)

نقذف بسرعة ابتدائية v_0 جسم صلب (S) كتلته m من أسفل مستوي مائل باتجاه أعلاه ، و بعد قطعه مسافة d يغير جهة حركته راجعا إلى أسفل المستوي المائل .

حركة مركز عطالة (S) تتم في طورين خلال المجال الزمني [0 , 5s] ، يمر على التوالي بالمواضع M_1 ، M_2 ، M_3 في اللحظات الزمنية $t_1 = 1\ s$ ، $t_2 = 2\ s$ ، $t_3 = 5\ s$ على الترتيب ، و تكون أشعة سرعاته اللحظية الموافقة كما في الشكل التالي :



1- أكتب بدلالة $\vec{i}$ العبارات الشعاعية للمقادير : $\overrightarrow{OM_1}$ ، $\overrightarrow{OM_2}$ ، $\overrightarrow{OM_3}$ الممثلة لأشعة الموضع ، و العبارات الشعاعية للمقادير : $\vec{v}_1$ ، $\vec{v}_2$ ، $\vec{v}_3$ الممثلة لأشعة السرعات اللحظية في اللحظات t_1 ، t_2 ، t_3 على الترتيب علما بأن كل تدريجة على الوثيقة تمثل 1 m بالنسبة للمسافات و 2 m/s بالنسبة للسرعات .

2- أحسب النسب : $\frac{\Delta \overrightarrow{OM}}{\Delta t}$ بين اللحظتين (t_1 , t_2) ، (t_2 , t_3) ، (t_1 , t_3) . ماذا تمثل هذه النسب ؟ ماذا تستنتج فيما يخص طبيعة الحركة ؟

3- أكتب بدلالة $\vec{i}$ عبارة شعاع التسارع الوسطي $\vec{a}_m$ بين اللحظتين (t_1 , t_2) ، (t_2 , t_3) ، (t_1 , t_3) .

4- اعتمادا على النتائج السابقة حدد طبيعة حركة مركز عطالة الجسم (S) على المستوي المائل .

5- أكتب المعادلتين الزمنيتين $v(t)$ ، $x(t)$ خلال الطور الأول (من لحظة قذف (S) إلى لحظة تغيير جهة حركته بعد أن يقطع المسافة d ، ثم أحسب :

- قيمة السرعة الابتدائية v_0 التي قذف بها (S) .
- اللحظة t التي يغير فيها الجسم (S) جهة حركته .
- المسافة d التي يقطعها مركز عطالة (S) قبل أن يغير جهة حركته .

حل التمرين

1- العبارات الشعاعية :

$\vec{OM_1} = -\vec{i}$ | $\vec{v_1} = -3\vec{i}$

$\vec{OM_2} = -3\vec{i}$ | $\vec{v_2} = -\vec{i}$

$\vec{OM_3} = +3\vec{i}$ | $\vec{v_3} = +5\vec{i}$

2- النسب $\frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t}$:

- $(t_1, t_2) \rightarrow \frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t} = \frac{\vec{OM_2} - \vec{OM_1}}{t_2 - t_1}$

$$\frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t} = \frac{-3\vec{i} - (-\vec{i})}{2 - 1} = -2\vec{i}$$

- $(t_2, t_3) \rightarrow \frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t} = \frac{\vec{OM_3} - \vec{OM_2}}{t_3 - t_2}$

$$\frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t} = \frac{3\vec{i} - (-3\vec{i})}{5 - 2} = 2\vec{i}$$

- $(t_1, t_3) \rightarrow \frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t} = \frac{\vec{OM_3} - \vec{OM_1}}{t_3 - t_1}$

$$\frac{\Delta \vec{OM}}{\Delta t} = \frac{3\vec{i} - (-\vec{i})}{5 - 1} = \vec{i}$$

- تمثل هذه النسب شعاع السرعة المتوسطة في مختلف المجالات الزمنية المذكورة .

الاستنتاج:

نلاحظ أن شعاع السرعة المتوسطة لا يكون ثابتا في مختلف المجالات الزمنية ، نستنتج أن طبيعة حركة مركز عطالة (ى) ليست مستقيمة منتظمة (يكون ثابتا في الحركة المستقيمة المنتظمة فقط) .

- عبارة تسارع المتوسط $\vec{a}_m$:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

- $(t_1, t_2) \longrightarrow \vec{a}_{m1} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{-\vec{i} - (-3\vec{i})}{2 - 1} = 2\vec{i}$
- $(t_2, t_3) \longrightarrow \vec{a}_{m2} = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_2}{t_3 - t_2} = \frac{3\vec{i} - (-\vec{i})}{5 - 2} = 2\vec{i}$
- $(t_3, t_1) \longrightarrow \vec{a}_{m3} = \frac{\vec{v}_3 - \vec{v}_1}{t_3 - t_1} = \frac{5\vec{i} - (-3\vec{i})}{5 - 1} = 2\vec{i}$

4- طبيعة حركة مركز عطالة (S) :

نلاحظ أن تسارع المتوسط ثابت في مختلف المجالات الزمنية ، نستنتج أن طبيعة حركة (S) مستقيمة متغيرة بانتظام .
(لأن تسارع المتوسط يكون ثابت إلا في الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام و يساوي عندها تسارع التسارع اللحظي)

5- المعادلات الزمنية في الطور الأول (صعود) :

مما سبق :

$$\vec{a} = \vec{a}_m = 2\vec{i} \longrightarrow a = 2\ m/s^2$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$v = 2t + c$$

اعتمادا على الوثيقة :

$$t = t_1 = 1\,s \longrightarrow \vec{v}_1 = -3\vec{i} \longrightarrow v = -3\,m/s$$

بالتعويض :

$$-3 = 2(1) + c \rightarrow c = -5$$

و منه يصبح :

$$v = 2t - 5$$

تكامل الطرفين بالنسبة للزمن :

$$x = t^2 - 5t + c'$$

اعتمادا على الوثيقة :

$$t = t_1 = 1\,s \longrightarrow \vec{OM}_1 = -\vec{i} \longrightarrow x = -1\,m$$

بالتعويض :

$$-1 = (1)^2 - 5(1) + c' \rightarrow c' = 3$$

و منه يصبح :

$$x = t^2 - 5t + 3$$

* السرعة الابتدائية v_0 :

$v = v_0$ عند اللحظة $t = 0$ ، بالتعويض في معادلة السرعة نجد :

$v = 2(0) - 5 = -5 \rightarrow v_0 = |-5| = 5\ m/s$

* اللحظة t التي يغير فيها (S) جهة حركته :

يغير (S) جهة حركته عندما تنعدم سرعته وعليه :

$0 = 2t - 5$

$2t = 5 \rightarrow t = 2,5\,s$

* المسافة d :

d هي المسافة التي يقطعها مركز عطالة (S) بين اللحظة $t=0$ واللحظة t التي غير فيها جهة حركته لذا نكتب :

$d = |\Delta x| = |x - x_0|$

واعتمادا على المعادلة $x(t)$:

$t_0 = 0 \rightarrow x_0 = (0) - 5(0) + 3 = 3\,m$

$t = 2,5\,s \rightarrow x = (2,5)^2 - 5(2,5) + 3 = -3,25\ m$

ومنه :

$d = |-3,25 - 3| = 6,25\,m$

طريقة أخرى :

بما أن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام بين لحظة قذف (S) ولحظة تغيير جهة حركته يكون :

$v^2 - v_0^2 = 2a\,\Delta x$

$\Delta x = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2a}$

$\Delta x = \dfrac{0 - (-5)^2}{2 \times 2} = -6,25\,m$

$d = |\Delta x| = 6,25\,m$.

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

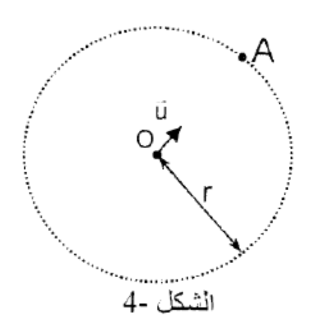
3AS U05 - Exercice 059

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2015 – علوم تجريبية) (**)

التمرين الرابع:(04 نقاط)



الشكل -4

للتبسيط نعتبر مسارات حركة الكواكب السيارة حول الشمس في المرجع الهيليومركزي بدوائر مركزها O وأنصاف أقطارها r حيث نرمز لكتلة الشمس بالرمز M_S.

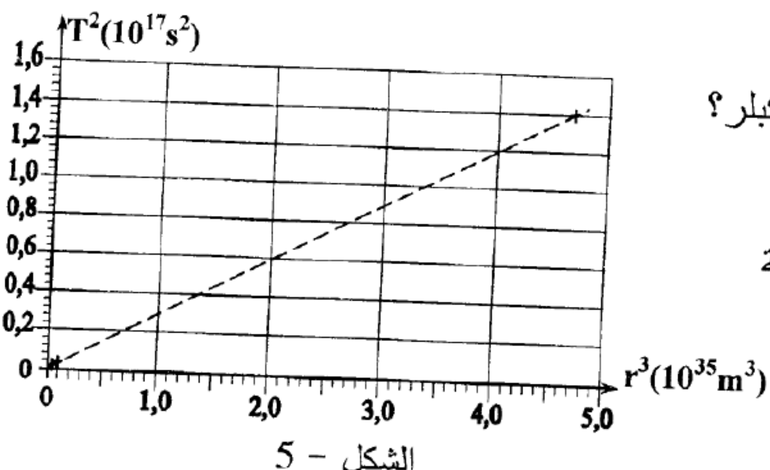
1- أعد رسم الشكل- 4، ومثّل عليه شعاع القوة الجاذبة المركزية $\vec{F}_{S/P}$ المطبقة من طرف الشمس على أحد الكواكب الذي كتلته m_P في مركز عطالته المتواجد في الموضع A.

2- عبّر عن شعاع القوة $\vec{F}_{S/P}$ بدلالة كل من G (ثابت التجاذب الكوني)، M_S، m_P، r و $\vec{u}$ (شعاع الوحدة).

3- بإهمال تأثير كل القوى الأخرى أمام القوة $\vec{F}_{S/P}$ وبتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة تسارع حركة الكوكب في الموضع A بدلالة G ، M_S و r.

4- استنتج طبيعة حركته حول الشمس.

5- يمثل بيان الشكل- 5، تطور مربع الدور الزمني لكل من كوكب الأرض والمريخ و زحل بدلالة مكعب نصف قطر مدار كل كوكب.



الشكل - 5

أ- هل يتوافق البيان مع القانون الثالث لكبلر؟

ب- باستعمال البيان بيّن أن:

$$\frac{T^2}{r^3} = 3,0\times10^{-19}\,(S.I)$$

ثم استنتج قيمة كتلة الشمس M_S.

يعطى: $G=6,67\times10^{-11}\,(S.I)$.

6- علما أن البعد المتوسط بين مركزي الأرض والشمس هو $1,50.10^{11}m$ ، أوجد قيمة دور حركة الأرض حول الشمس.

حل التمرين

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 060

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2015 – علوم تجريبية) (**)

تعطى: $g = 10\ m.s^{-2}$ ، $\alpha = 30°$ ، $AB = 2\ m$.

1- يتحرك الجسم (S) ، الذي نعتبره نقطيا، كتلته $m = 100\ g$ ، على المسار ABCD (الشكل -6).

ينطلق الجسم (S) من الموضع A دون سرعة ابتدائية

ليصل إلى الموضع B بسرعة $v_B = 2\ m.s^{-1}$ ،

ثم إلى الموضع C بسرعة $\vec{v}_c$.

يخضع الجسم (S) لقوة احتكاك $\vec{f}$

ثابتة الشدة ومعاكسة لجهة الحركة

على المسار AB . تهمل قوى الاحتكاك على بقية المسار .

الشكل -6

أ- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أوجد عبارة تسارع الحركة على المسار AB.

ب- أوجد قيمة هذا التسارع ثم استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

جـ- ما طبيعة الحركة على المسار BC ؟ علّل إجابتك.

2- يغادر الجسم (S) الموضع C الذي يقع على ارتفاع $h = 0,8\ m$ عن المستوي الأفقي الذي يشمل النقطتين O و D، ليسقط في الهواء ويصل إلى النقطة D بسرعة $\vec{V}_D$.

باعتبار اللحظة التي يصل فيها الجسم (S) إلى الموضع C مبدأ للأزمنة $(t = 0)$، وبإهمال دافعة أرخميدس ومقاومة الهواء.

أ- بيّن أن معادلة مسار مركز عطالة الجسم (S) في المعلم $(O; \vec{i}, \vec{k})$ هي:

$$z = -\frac{g}{2\,v_c^2}\,x^2 + h$$

ب- حدّد بُعد النقطة D عن النقطة O (المسافة OD).

جـ- احسب قيمة السرعة V_D.

حل التمرين

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 061

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2015 – رياضايت) (**)

بمناسبة البطولة العالمية للتزلج على الجليد اختار المنظمون المسلك الموضح بالشكل (5) والمتكون من:

AB : مستوي مائل زاوية ميله $\alpha = 30°$ وطوله $AB=50m$.

BC : مستوي افقي.

CO : هوّة ارتفاعها h عن سطح الأرض.

نفرض أن كتلة المتزلج ولوازمه هي: $m=80kg$ ، $g=10m/s^2$. ينطلق المتبارون فرادى من قمة المستوي المائل دون سرعة ابتدائية.

1-أ- بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة على الجملة (المتزلج) بين الموضعين A و B ، استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي نعتبرها ثابتة على طول المسار ABC علما أنه يبلغ الموضع B بالسرعة $V_B=20m/s$.

ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد طبيعة الحركة على المسار AB واحسب تسارعها.

2- يغادر المتزلج المستوي الأفقي BC عند الموضع C في لحظة نعتبرها مبدأ الأزمنة ليسقط في الموضع E .

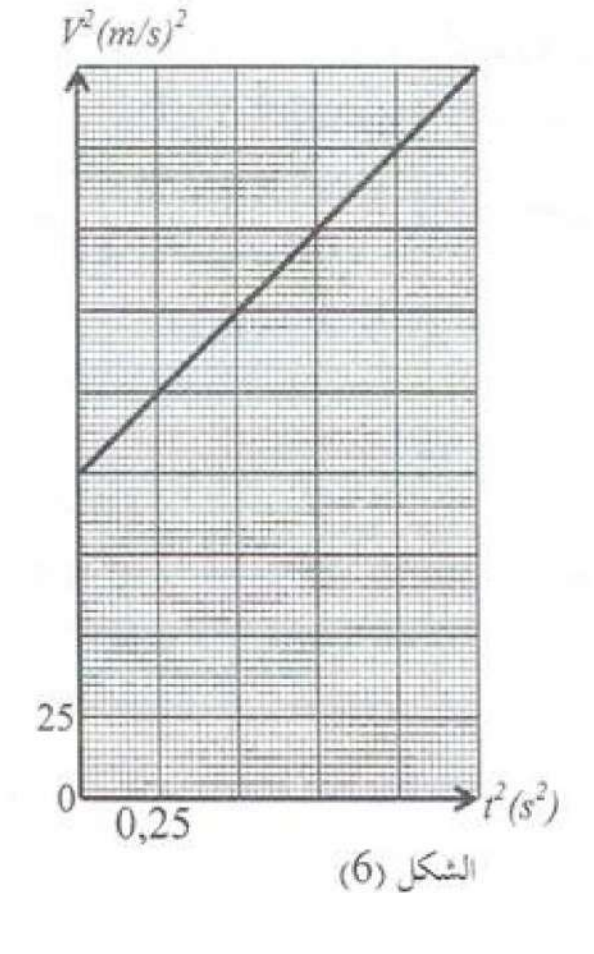
نهمل مقاومة الهواء ودافعة أرخميدس. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الجملة ، جد المعادلتين الزمنيتين للحركة $x(t)$ و $y(t)$ في المعلم (Ox,Oy) المرتبط بمرجع غاليلي، ثم استنتج معادلة المسار.

3- بيان الشكل (6) يمثل تغيرات مربع سرعة المتزلج بدلالة مربع الزمن من لحظة مغادرة المستوي الأفقي حتى وصوله الموضع E .

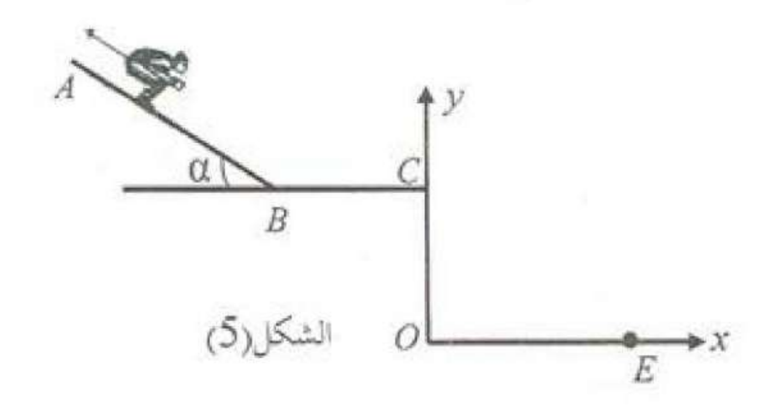
أ- اكتب عبارة السرعة V بدلالة V_x و V_y ثم أوجد العلاقة النظرية بين V^2 و t^2 .

ب- استنتج بيانيا قيمة السرعة عند كل من الموضعين C و E .

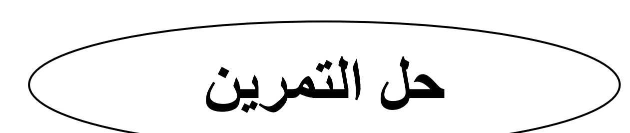
جـ - احسب الارتفاع h .



الشكل (6)



الشكل(5)



حل التمرين

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

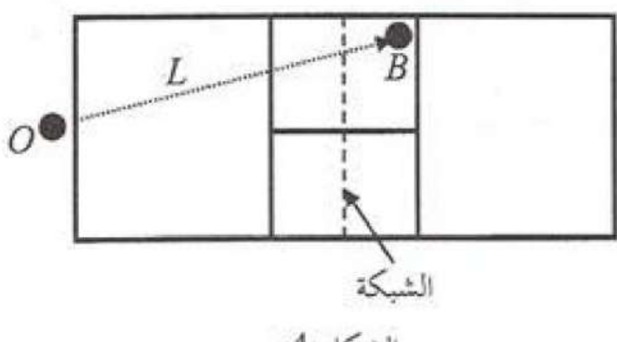
3AS U05 - Exercice 062

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2015 – رياضيات) (**)

ملعب التنس عبارة عن مستطيل طوله $23,8\ m$ وعرضه $8,23\ m$. وضعت في منتصفه شبكة ارتفاعها $0,92\ m$.
عندما يرسل اللاعب الكرة يجب أن تسقط في منطقة محصورة بين الشبكة وخطٍ يوجد على مسافة $6,4\ m$ من الشبكة كما هو موضح بالشكل (4) .



الشكل(4)

في دورة رولان قاروس الدولية يريد اللاعب ندال إسقاط الكرة في النقطة B حيث $OB = L = 18,7m$. يرسل ندال الكرة نحو الأعلى ثم يضربها بمضربه من نقطة D توجد على ارتفاع $h = 2,2m$ من النقطة O . تنطلق الكرة من النقطة D بسرعة أفقية $v_0 = 126\ km/h$ كما هو موضح بالشكل (5).
نهمل تأثير الهواء ونأخذ $g = 9,8 m/s^2$. نعتبر أن الحركة تتم في معلم سطحي أرضي يعتبر غاليليا .

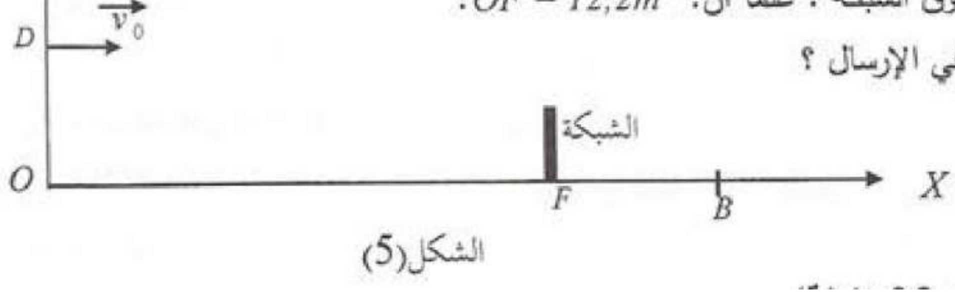
1- مثل القوة المؤثرة على الكرة خلال حركتها بين D و B .

2- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن أوجد المعادلتين الزمنيتين $x(t)$, $y(t)$.

3- استنتج معادلة مسار الحركة.

4- هل تمر الكرة فوق الشبكة ؟ علما أن: $OF = 12,2m$.

5- هل نجح ندال في الإرسال ؟



الشكل(5)

حل التمرين

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

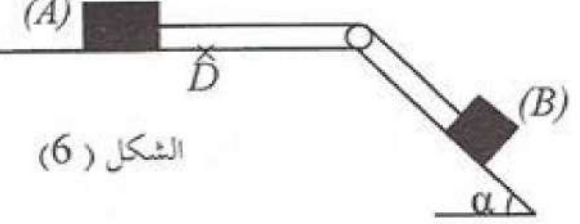
3AS U05 - Exercice 063

المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

السنة الدراسية : 2016/2015

نص التمرين : (بكالوريا 2015 – رياضيات) (**)

تتكون الجملة الموضحة بالشكل (6) من: عربتين (A) و (B) نعتبرهما نقطيتين كتلتيهما $m_A = 300g$ و $m_B = 150g$ موصولتين بخيط مهمل الكتلة وعديم الامتطاط يمر على محز بكرة مهملة الكتلة ، والاحتكاك مهمل على المستوي المائل.



الشكل (6)

تحرر الجملة من السكون وتخضع العربة (A) خلال حركتها لقوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة. تعطى $g = 10m/s^2$.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على كل عربة أثبت أن المعادلة التفاضلية لحركة الجملة تعطى بالعلاقة: $\frac{dv}{dt} + \beta = 0$. حيث β ثابت يطلب كتابة عبارته بدلالة : α ، m_A ، m_B ، g ، f .

2- عند بلوغ العربة (A) الموضع D ينقطع الخيط فجأة، باستعمال تجهيز مناسب مكن من تسجيل سرعتي العربتين (A) و (B) ابتداءً من لحظة انقطاع الخيط .

بياني الشكل (7) يمثلان تغيرات سرعتي العربتين بدلالة الزمن.

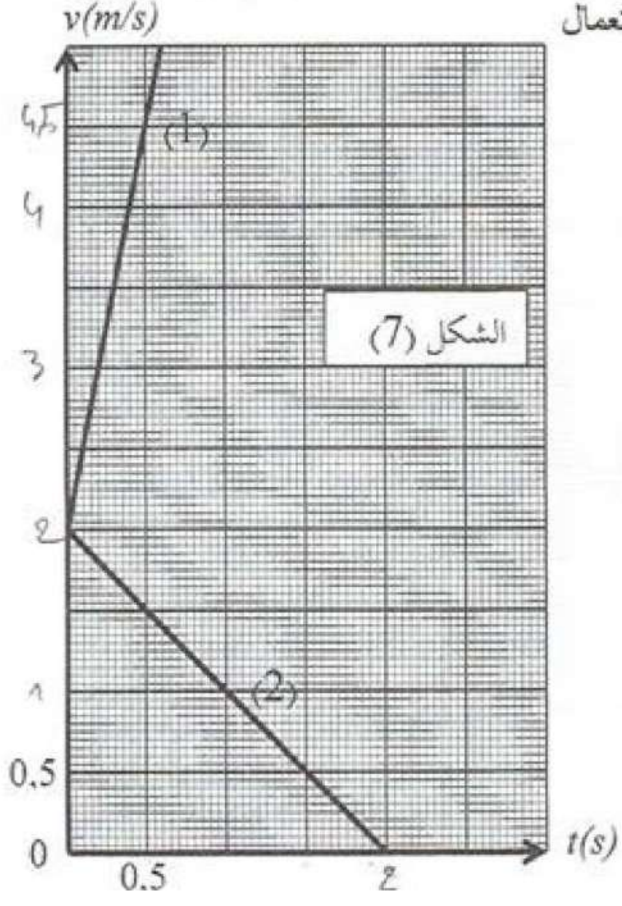
أ- حدّد المنحنى الموافق لسرعة كل عربة مع التعليل.

ب- اعتمادا على المنحنيين استنتج:

– تسارع حركة كل عربة .

– المسافة المقطوعة من طرف العربة (A) خلال هذه المرحلة.

جـ- استنتج شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ، وقيمة الزاوية α.



الشكل (7)

حل التمرين